DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA Y ENERGETICA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

TURBINAS HIDRÁULICAS

Pedro Fernández Díez
http://www.termica.webhop.info/

I.- TURBINAS HIDRÁULICAS

Una máquina hidráulica es un dispositivo capaz de convertir energía hidráulica en energía mecánica; pueden ser motrices (turbinas), o generatrices (bombas), modificando la energía total de la vena fluida que las atraviesa. En el estudio de las turbomáquinas hidráulicas no se tienen en cuenta efectos de tipo térmico, aunque a veces habrá necesidad de recurrir a determinados conceptos termodinámicos; todos los fenómenos que se estudian serán en régimen permanente, caracterizados por una velocidad de rotación de la máquina y un caudal, constantes.

En una máquina hidráulica, el agua intercambia energía con un dispositivo mecánico de revolución que gira alrededor de su eje de simetría; éste mecanismo lleva una o varias ruedas, (rodetes o rotores), provistas de álabes, de forma que entre ellos existen unos espacios libres o canales, por los que circula el agua. Los métodos utilizados para su estudio son, el analítico, el experimental y el análisis dimensional.

El ***método analítico*** se fundamenta en el estudio del movimiento del fluido a través de los álabes, según los principios de la Mecánica de Fluidos.

El ***método experimental***, se fundamenta en la formulación empírica de la Hidráulica, y la experimentación.

El ***análisis dimensional*** ofrece grupos de relaciones entre las variables que intervienen en el proceso, confirmando los coeficientes de funcionamiento de las turbomáquinas, al igual que los diversos números adimensionales que proporcionan información sobre la influencia de las propiedades del fluido en movimiento a través de los órganos que las componen.

I.2.- CLASIFICACIÓN DE LAS TURBOMAQUINAS HIDRÁULICAS

Una primera clasificación de las turbomáquinas hidráulicas, (de fluido incompresible), se puede hacer con arreglo a la función que desempeñan, en la forma siguiente:

a) ***Turbomáquinas motrices***, que recogen la energía cedida por el fluido que las atraviesa, y la transforman en mecánica, pudiendo ser de dos tipos:

Dinámicas o cinéticas, Turbinas y ruedas hidráulicas

Estáticas o de presión, Celulares (paletas), de engranajes, helicoidales, etc

b) ***Turbomáquinas generatrices***, que aumentan la energía del fluido que las atraviesa bajo forma potencial, (aumento de presión), o cinética; la energía mecánica que consumen es suministrada por un motor, pudiendo ser:

Bombas de álabes, entre las que se encuentran las bombas centrífugas y axiales

Hélices marinas, cuyo principio es diferente a las anteriores; proporcionan un empuje sobre la carena de un buque

c) ***Turbomáquinas reversibles***, tanto generatrices como motrices, que ejecutan una serie de funciones que quedan aseguradas, mediante un rotor específico, siendo las más importantes:

Grupos turbina-bomba, utilizados en centrales eléctricas de acumulación por bombeo

Grupos Bulbo, utilizados en la explotación de pequeños saltos y centrales maremotrices

d) ***Grupos de transmisión o acoplamiento***, que son una combinación de máquinas motrices y generatrices, es decir, un acoplamiento (bomba-turbina), alimentadas en circuito cerrado por un fluido, en general aceite; a este grupo pertenecen los cambiadores de par.

RUEDAS HIDRÁULICAS.- Las ruedas hidráulicas son máquinas capaces de transformar la energía del agua, cinética o potencial, en energía mecánica de rotación. En ellas, la energía potencial del agua se transforma en energía mecánica, como se muestra en la Fig I.1c, o bien, su energía cinética se transforma en energía mecánica, como se indica en las Figs I.1a.b.

Se clasifican en:
- a) Ruedas movidas por el costado
- b) Ruedas movidas por debajo
- c) Ruedas movidas por arriba

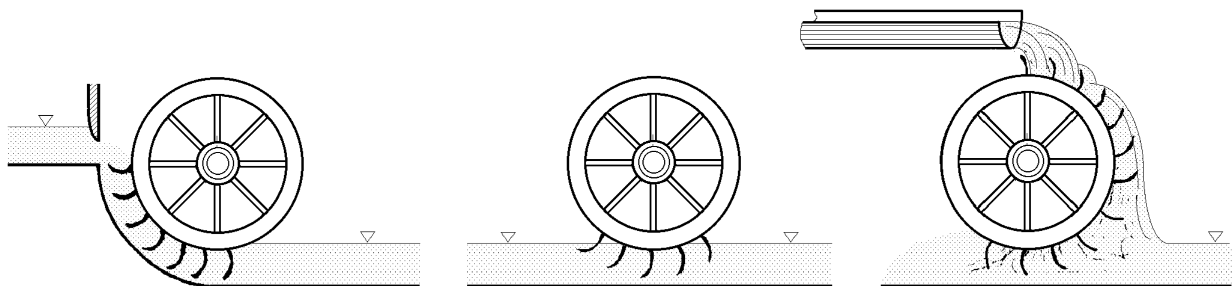


Fig I.1.a.b.c

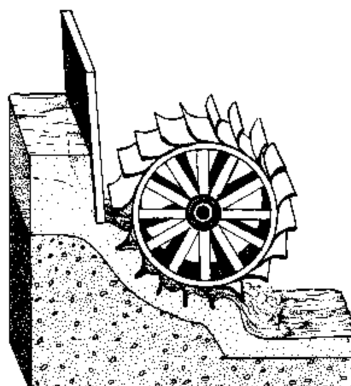


Fig I.1.d.- Rueda movida por el costado

Su diámetro decrece con la altura H del salto de agua. Los cangilones crecen con el caudal. Los rendimientos son del orden del 50% debido a la gran cantidad de engranajes intermedios. El numero de rpm es de 4 a 8. . Las potencias son bajas, y suelen variar entre 5 y 15 kW, siendo pequeñas si se las compara con las potencias de varios cientos de MW conseguidas en las turbinas.

TURBINAS HIDRÁULICAS.- Una turbomáquina elemental o monocelular tiene, básicamente, una serie de álabes fijos, (distribuidor), y otra de álabes móviles, (rueda, rodete, rotor). La asociación de un órgano fijo y una rueda móvil constituye una célula; una turbomáquina monocelular se compone de tres órganos diferentes que el fluido va atravesando sucesivamente, el distribuidor, el rodete y el difusor.

El ***distribuidor y el difusor*** (tubo de aspiración), forman parte del estator de la máquina, es decir, son órganos fijos; así como el rodete está siempre presente, el distribuidor y el difusor pueden ser en determinadas turbinas, inexistentes.

El ***distribuidor*** es un órgano fijo cuya misión es dirigir el agua, desde la sección de entrada de la máquina hacia la entrada en el rodete, distribuyéndola alrededor del mismo, (turbinas de admisión total), o a una parte, (turbinas de admisión parcial), es decir, permite regular el agua que entra en la turbina, desde cerrar el paso totalmente, caudal cero, hasta lograr el caudal máximo. Es también un órgano que transforma la energía de presión en energía de velocidad; en las turbinas hélico-centrípetas y en las axiales está precedido de una cámara espiral (voluta) que conduce el agua desde la sección de entrada, asegurando un reparto simétrico de la misma en la superficie de entrada del distribuidor.

El ***rodete*** es el elemento esencial de la turbina, estando provisto de álabes en los que tiene lugar el intercambio de energía entre el agua y la máquina. Atendiendo a que la presión varíe o no en el rodete, las turbinas se clasifican en:

a) Turbinas de acción o impulsión
b) Turbinas de reacción o sobrepresión

En las ***turbinas de acción*** el agua sale del distribuidor a la presión atmosférica, y llega al rodete con la misma presión; en estas turbinas, toda la energía potencial del salto se transmite al rodete en forma de energía cinética.

En las ***turbinas de reacción*** el agua sale del distribuidor con una cierta presión que va disminuyendo a medida que el agua atraviesa los álabes del rodete, de forma que, a la salida, la presión puede ser nula o incluso negativa; en estas turbinas el agua circula a presión en el distribuidor y en el rodete y, por lo tanto, la energía potencial del salto se transforma, una parte, en energía cinética, y la otra, en energía de presión.

El ***difusor o tubo de aspiración,*** es un conducto por el que desagua el agua, generalmente con ensanchamiento progresivo, recto o acodado, que sale del rodete y la conduce hasta el canal de fuga, permitiendo recuperar parte de la energía cinética a la salida del rodete para lo cual debe ensancharse; si por razones de explotación el rodete está instalado a una cierta altura por encima del canal de fuga, un simple difusor cilíndrico permite su recuperación, que de otra forma se perdería. Si la turbina no posee tubo de aspiración, se la llama de escape libre

En las turbinas de acción, el empuje y la acción del agua, coinciden, mientras que en las turbinas de reacción, el empuje y la acción del agua son opuestos. Este empuje es consecuencia de la diferencia de velocidades entre la entrada y la salida del agua en el rodete, según la proyección de la misma sobre la perpendicular al eje de giro.

Atendiendo a la dirección de entrada del agua en las turbinas, éstas pueden clasificarse en:

a) Axiales ; b) Radiales {centrípetas y centrífugas} ; c) Mixtas ; d) Tangenciales

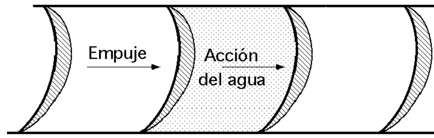


Fig I.2.a.- Acción

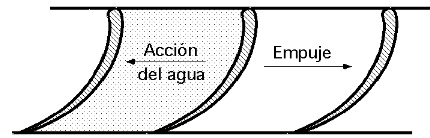


Fig I.2.b.- Reacción

En las ***axiales,*** (Kaplan, hélice, Bulbo), el agua entra paralelamente al eje, tal como se muestra en la Fig I.3a.

En las ***radiales***, el agua entra perpendicularmente al eje, Fig I.3.b, siendo centrífugas cuando el agua vaya de dentro hacia afuera, y centrípetas, cuando el agua vaya de afuera hacia adentro, (Francis).

En las ***mixtas*** se tiene una combinación de las anteriores.

En las ***tangenciales***, el agua entra lateral o tangencialmente (Pelton) contra las palas, cangilones o cucharas de la rueda, Fig I.3.c.

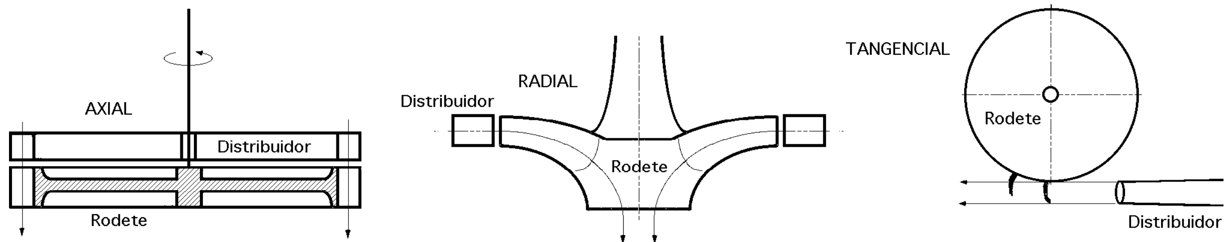


Fig I.3.a) Turbina axial; b) Turbina radial; c) Turbina tangencial

Atendiendo a la disposición del eje de giro, se pueden clasificar en:
- a) Turbinas de eje horizontal
- b) Turbinas de eje vertical.

I.3.- DESCRIPCIÓN SUMARIA DE ALGUNOS TIPOS DE TURBINAS HIDRÁULICAS

TURBINAS DE REACCIÓN

- Turbina ***Fourneyron*** (1833), Fig I.4, en la que el rodete se mueve dentro del agua. Es una turbina radial centrífuga, lo que supone un gran diámetro de rodete; en la actualidad no se construye.

- Turbina ***Heuschel-Jonval***, Fig I.5, axial, y con tubo de aspiración; el rodete es prácticamente inaccesible; en la actualidad no se construye.

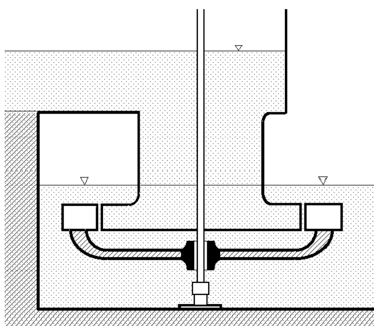


Fig I.4.- Turbina Fourneyron

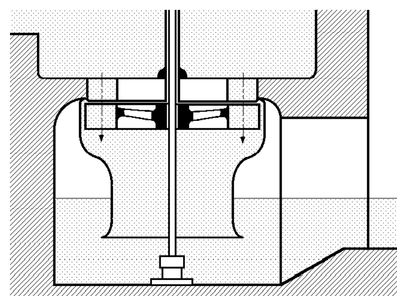


Fig I.5.- Turbina Heuschel-Jonval

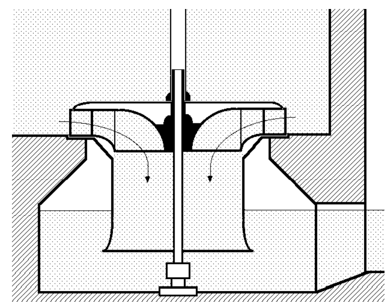


Fig I.6.- Turbina Francis

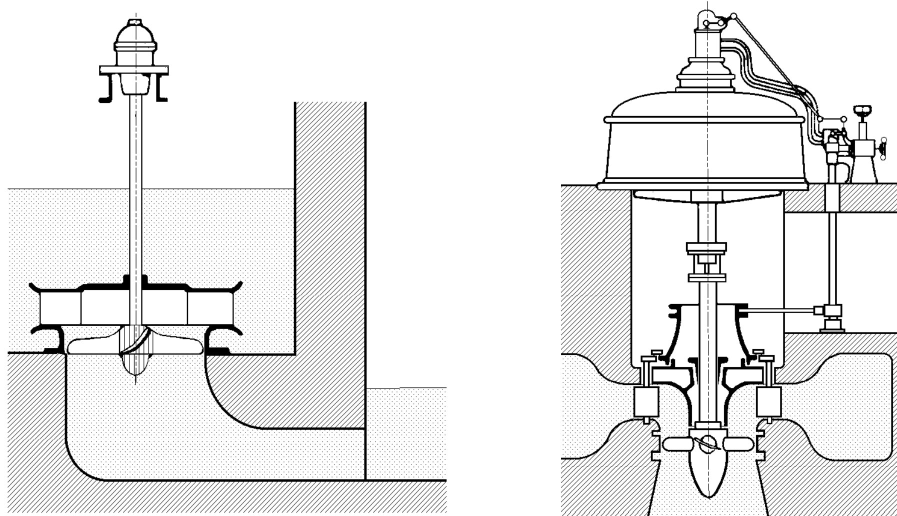


Fig I.7.- Turbinas Kaplan

- Turbina ***Francis*** (1849), Fig I.6; es radial centrípeta, con tubo de aspiración; el rodete es de fácil acceso, por lo que es muy práctica. Es fácilmente regulable y funciona a un elevado numero de revoluciones; es el tipo más empleado, y se utiliza en saltos variables, desde 0,5 m hasta 180 m; pueden ser, lentas, normales, rápidas y extrarápidas.

- Turbina ***Kaplan*** (1912), Fig I.7; las palas del rodete tienen forma de hélice; se emplea en saltos de pequeña altura, obteniéndose con ella elevados rendimientos, siendo las palas orientables lo que implica paso variable. Si las palas son fijas, se denominan turbinas hélice.

TURBINAS DE ACCIÓN.- Estas turbinas se empezaron a utilizar antes que las de reacción; entre ellas se tienen:

- Turbina ***Zuppinger*** (1846), con rueda tangencial de cucharas

- Turbina ***Pelton***, Fig I.8, es tangencial, y la más utilizada para grandes saltos

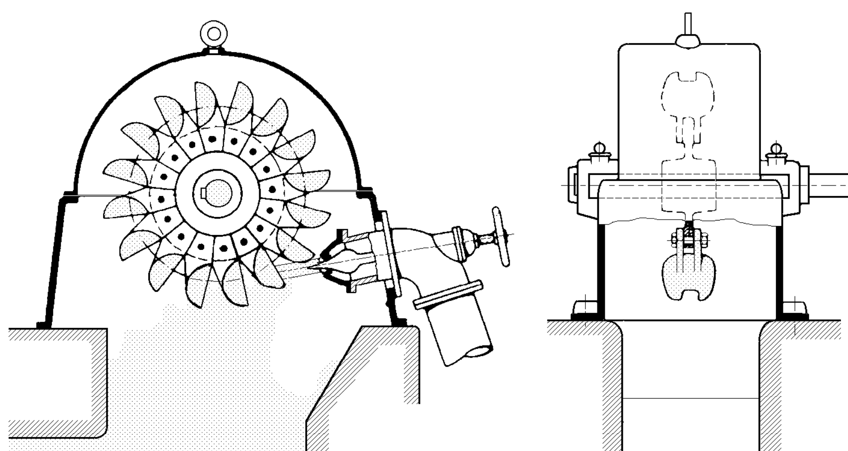


Fig I.8.- Turbina Pelton

- Turbina ***Schwamkrug***, (1850), radial y centrífuga, Fig I.9

- Turbina ***Girard***, (1863), Fig I.10, axial, con el rodete fuera del agua; mientras el cauce no subía de nivel, trabajaba como una de acción normal, mientras que si el nivel subía y el rodete quedaba sumergido, trabajaba como una de reacción, aunque no en las mejores condiciones; en la actualidad no se utiliza.

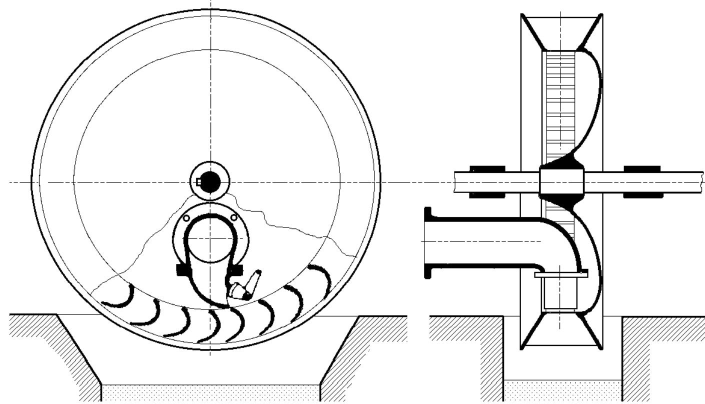


Fig I.9.- Turbina Schwamkrug

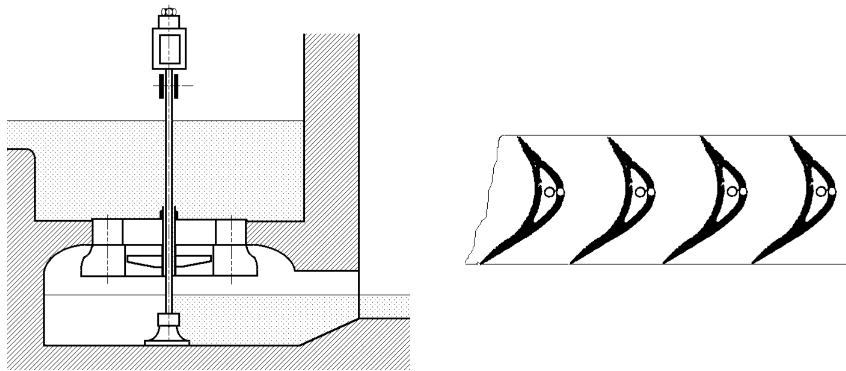


Fig I.10.- Turbina Girard

- Turbina ***Michel, o Banki***,Fig I.11; el agua pasa dos veces por los álabes del rodete, construido en forma de tambor; se utiliza para pequeños y grandes saltos.

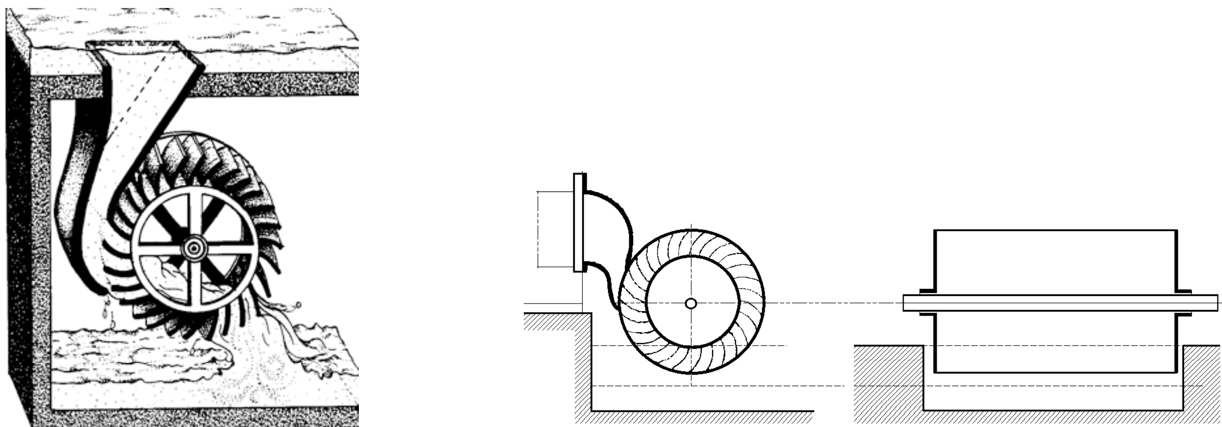


Fig I.11.- Turbina Michel o Banki

I.4.- ESTUDIO GENERAL DE LAS TURBINAS HIDRÁULICAS

MOVIMIENTO DEL AGUA.- Para estudiar el movimiento del agua en las turbinas hidráulicas, se utiliza una nomenclatura universal que define los triángulos de velocidades, a la entrada y salida del rodete, de la forma siguiente:

$\vec{u}$ es la velocidad tangencial o periférica de la rueda

$\vec{c}$ es la velocidad absoluta del agua

$\vec{w}$ es la velocidad relativa del agua

α es el ángulo que forma la velocidad $\vec{u}$ con la velocidad $\vec{c}$

β es el ángulo que forma la velocidad $\vec{u}$ con la velocidad $\vec{w}$

El subíndice 0 es el referente a la entrada del agua en la corona directriz o distribuidor

El subíndice 1 es el referente a la entrada del agua en el rodete

El subíndice 2 es el referente a la salida del agua del rodete

El subíndice 3 es el referente a la salida del agua del tubo de aspiración

El agua entra en el distribuidor con velocidad c_0 y sale del mismo con velocidad c_1, encontrándose con el rodete que, si se considera en servicio normal de funcionamiento, se mueve ante ella con una velocidad tangencial u_1.

El agua que sale del distribuidor penetra en el rodete con velocidad absoluta c_1 y ángulo α_1.

La velocidad relativa forma un ángulo β_1 (ángulo del álabe a la entrada), con la velocidad periférica u_1; la velocidad relativa a lo largo del álabe es, en todo momento, tangente al mismo.

Puede suceder que el rodete inicie un aumento de la velocidad periférica u de tal forma que la nueva velocidad $u_{1'} > u_1$ sea la velocidad de embalamiento; en esta situación el agua golpearía contra la cara posterior de los álabes al desviarse la velocidad relativa w_1 en relación con la tangente al álabe, y la fuerza tangencial se vería frenada por la fuerza de choque; aunque el rodete gire sin control y sin regulación, existe una velocidad límite de embalamiento tal que: $u_{1'} = (1{,}8 \div 2{,}2)\, u_1$, por lo que el rodete no aumenta indefinidamente su velocidad.

A la salida, el agua lo hace con una velocidad absoluta c_2 siendo w_2 y u_2 las velocidades relativa y tangencial, respectivamente.

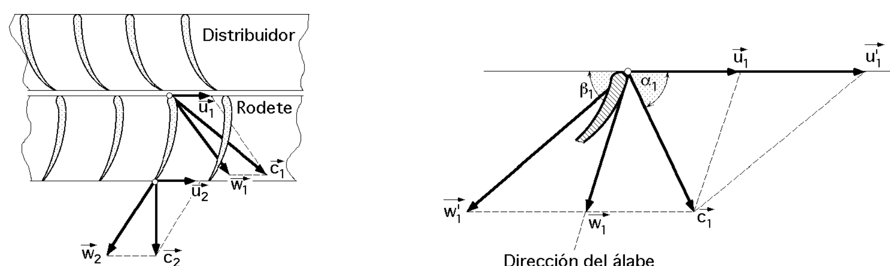


Fig I.12.- a) Nomenclatura de los triángulos de velocidades; b) Velocidad de embalamiento

PÉRDIDAS DE CARGA.- Las pérdidas de carga que tienen lugar entre los niveles del embalse y el canal de desagüe, aguas abajo de la turbina, se pueden resumir en la siguiente forma, Fig I.13:

h_t es la pérdida de carga aguas arriba de la turbina, desde la cámara de carga (presa), hasta la sección de entrada en el distribuidor de la turbina; esta pérdida no es imputable a la turbina, siendo despreciable en las turbinas de ***cámara abierta***; en cambio, en las turbinas de ***cámara cerrada***, con largas tuberías con corriente forzada de agua, sí son importantes.

h_d es la pérdida de carga en el distribuidor

h_d' es la pérdida de carga entre el distribuidor y el rodete, sobre todo por choque a la entrada de la rueda

h_r es la pérdida de carga en el rodete

h_s es la pérdida de carga en el tubo de aspiración

h_s' es la pérdida de carga a la salida del difusor, por ensanchamiento brusco de la vena líquida; según Belanguer es de la forma:

$$h'_s = \frac{(c_3 - c_a)^2}{2 g} = \{c_a \to 0\} \cong \frac{c_3^2}{2 g}$$

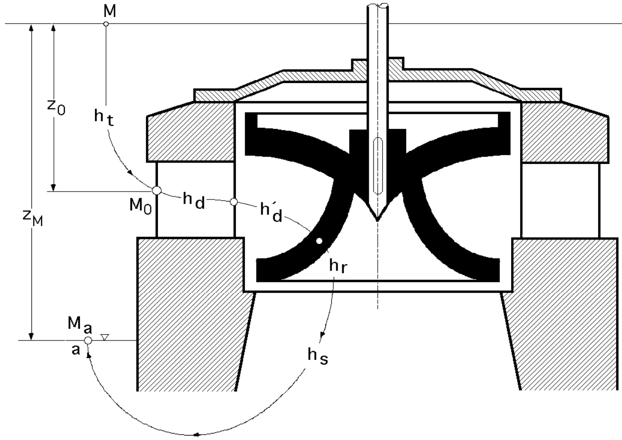


Fig I.13.- Pérdidas hidráulicas en la turbina de reacción

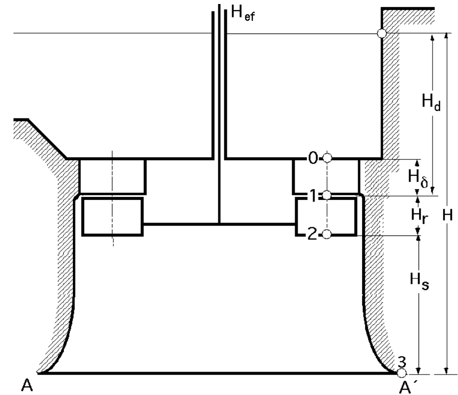
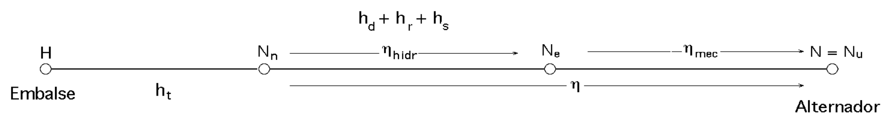


Fig I.14

La potencia efectiva H_{ef} es la energía hidráulica generada en la turbina y se calcula teniendo en cuenta la Fig I.14; tomando como plano de referencia el AA', aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos (1) y (2), e igualando ambas expresiones, se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Punto 1}: H = (H_s + H_r) + \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{c_1^2}{2 g} + h_d + h_t \\ \text{Punto 2}: H = H_s + \dfrac{p_2}{\gamma} + \dfrac{c_2^2}{2 g} + H_{ef} + h_r + h_d + h_t \end{array}\right\} \Rightarrow H_{ef} = H_r + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2 g} - h_r$$

en la que H_{ef} interesa sea lo más elevada posible; los valores de c_1 y c_2 son teóricos.



Si no hay pérdidas mecánicas, $N_{ef} = N$, siendo N la potencia generada en la turbina.

Las diferencias de presiones y velocidades: $p_1 - p_2$; $c_1^2 - c_2^2$, deben ser grandes, para lo cual c_2 y p_2 deben tender a cero.

$$\text{Se cumple que: } \begin{cases} \text{Turbinas de acción: } p_1 = p_2 \\ \text{Turbinas de reacción: } p_1 > 0 \ ; \ p_2 < 0 \end{cases}$$

I.5.- DIAGRAMAS DE PRESIONES

Los diagramas de presiones permiten conocer las variaciones de los diferentes tipos de energía en cada punto de la turbina. Hay que tener en cuenta que si la turbina está instalada sin tuberías de conexión, ***es una turbina de cámara abierta $H_n = H$,*** mientras que si existen tuberías de conexión ***es una turbina de cámara cerrada $H_n = H - h_t$***

DIAGRAMA DE PRESIONES EN LA TURBINA DE REACCIÓN.- De acuerdo con la Fig I.15, aplicando Bernoulli al punto (1) de entrada del agua en el rodete, con pérdidas hidráulicas, respecto al nivel aguas abajo, se obtiene:

$$H = H_s + H_r + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2\,g} + h_d + h_t = \left| \begin{array}{l} z = H_s + H_r \\ x = \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{c_1^2}{2\,g} + h_d + h_t \end{array} \right| = z + x$$

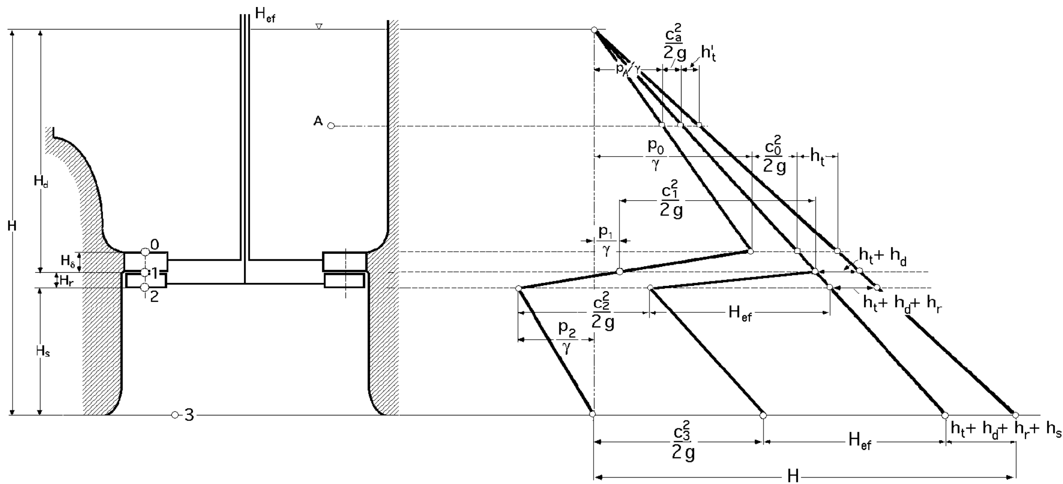


Fig I.15.- Diagrama de presiones en la turbina de reacción

Aplicando Bernoulli entre los puntos (2) salida del rodete y (3) salida del tubo de aspiración se tiene:

Punto 2: $H = H_s + H_{ef} + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + h_t + h_r + h_d \;\Rightarrow\; H_{ef} = H - H_s - \frac{p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g} - (h_t + h_d + h_r)$

Punto 3: $H = H_{ef} + \frac{c_3^2}{2\,g} + h_t + h_r + h_d + h_s \;\Rightarrow\; H_{ef} = H - \frac{c_3^2}{2\,g} - (h_t + h_d + h_r + h_s)$

Igualándolas se determinan las pérdidas h_s en el tubo de aspiración ($c_3 \cong 1$ m/seg):

$$h_s = H_s + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_3^2}{2g} \xrightarrow{\text{y considerando } c_3 \rightarrow \text{despreciable}} h_s = H_s + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}$$

La relación entre la altura efectiva y la total es: $\frac{H_{ef}}{H} = 1 - \frac{H_s}{H} - \frac{p_2}{\gamma\,H} - \frac{c_2^2}{2\,g\,H} - \frac{h_t + h_d + h_r}{H}$

Si a la turbina de reacción se quita el tubo de aspiración: $p_2 = p_{atm} = 0$; aplicando Bernoulli en el punto (2) de la Fig I.17 resulta:

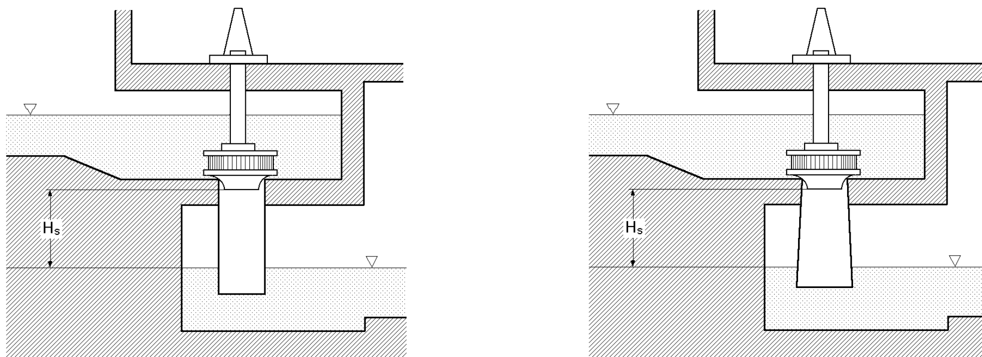


Fig I.16.- Tubos de aspiración cilíndrico y troncocónico en la turbina de reacción

$$H = H_s + 0 + \frac{c_2^2}{2\,g} + H_{ef} + h_t + h_d + h_r \quad ; \quad H_{ef} = H - H_s - \frac{c_2^2}{2\,g} - (h_t + h_d + h_r)$$

La relación entre la altura efectiva y la total es: $\frac{H_{ef}}{H} = 1 - \frac{H_s}{H} - \frac{c_2^2}{2\,g\,H} - \frac{h_t + h_d + h_r}{H}$

observándose que en una turbina con tubo de aspiración, esta relación sale mejorada en el término $\frac{p_2}{\gamma H}$ que es la energía correspondiente a la depresión originada a la entrada del tubo de aspiración; ésto hace que la turbina de reacción no se emplee sin dicho tubo de aspiración.

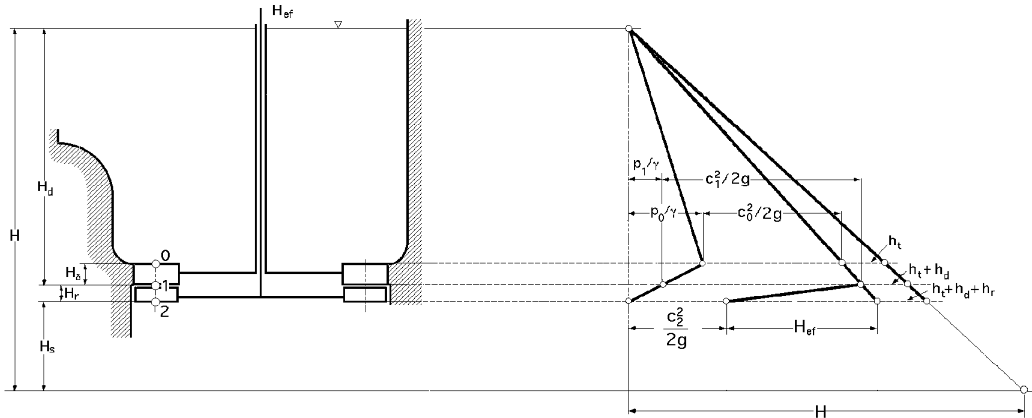


Fig I.17.- Diagrama de presiones de la turbina de reacción sin tubo de aspiración

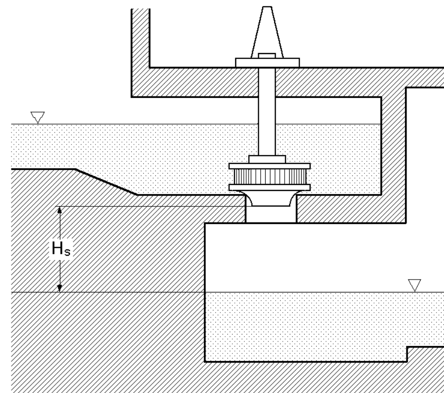


Fig I.18.- Esquema de la turbina de reacción sin tubo de aspiración

DIAGRAMA DE PRESIONES EN LA TURBINA DE ACCIÓN.- Aplicando Bernoulli a los puntos (1) y (2) del esquema de la turbina representada en la Fig I.19, y tomando como referencia el nivel inferior, se obtiene:

Punto 1: $H = H_a + H_r + 0 + \frac{c_1^2}{2\,g} + h_t + h_d$

Punto 2: $H = H_a + H_{ef} + 0 + \frac{c_2^2}{2\,g} + h_t + h_d + h_r \;\Rightarrow\; H_{ef} = H - H_a - \frac{c_2^2}{2\,g} - (h_t + h_d + h_r)$

$$\frac{H_{ef}}{H} = 1 - \frac{H_a}{H} - \frac{c_2^2}{2\,g\,H} - \frac{h_t + h_d + h_r}{H}$$

en la que la altura H_a (entre la salida del rodete y el nivel inferior) no se aprovecha

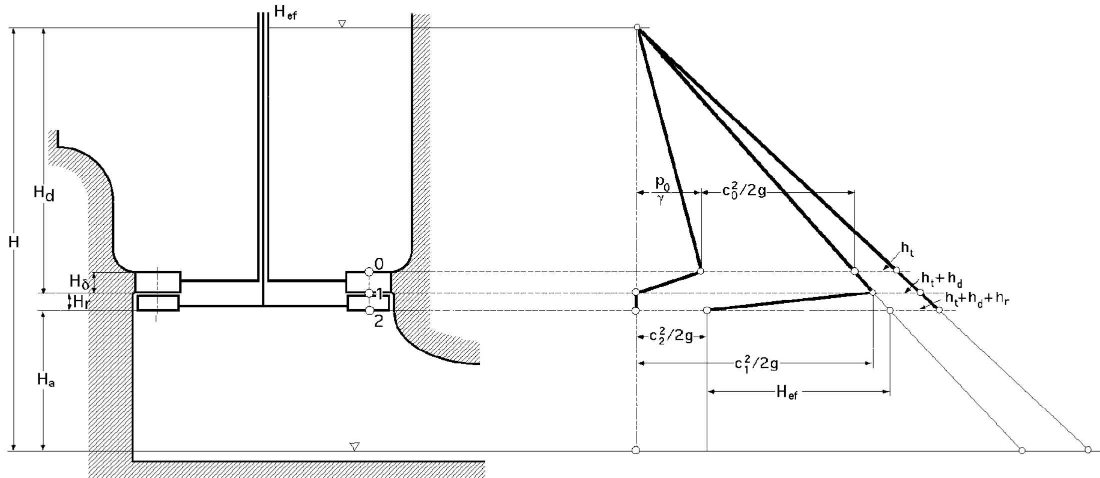


Fig I.19.- Pérdidas en la turbina de acción

FUERZA QUE EJERCE EL AGUA A SU PASO ENTRE LOS ÁLABES.- Supondremos que el rotor se mueve con una velocidad periférica u; el agua entra en el rodete con una velocidad relativa w_1 y sale del mismo con una velocidad relativa w_2 variando esta velocidad al paso por los álabes, por lo que existe una fuerza F que realiza esta operación acelerativa cuyas componentes son, Fig I.20:

$$X = m\, j_x = m \frac{\Delta w_n}{t} = \frac{G}{g}\, \Delta w_n = \frac{\gamma Q}{g}\, \Delta w_n = \frac{G\,(w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2)}{g} = \frac{\gamma Q\,(w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2)}{g}$$

$$Y = m\, j_y = m \frac{\Delta w_m}{t} = \frac{G}{g}\, \Delta w_m = \frac{\gamma Q}{g}\, \Delta w_m = \frac{G\,(w_1 \operatorname{sen} \beta_1 - w_2 \operatorname{sen} \beta_2)}{g} = \frac{\gamma Q\,(w_1 \operatorname{sen} \beta_1 - w_2 \operatorname{sen} \beta_2)}{g}$$

siendo G el gasto en kg/seg y Q el caudal en m³/seg.

Fuerza F originada por la aceleración:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{G \sqrt{(w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2)^2 + (w_1 \operatorname{sen} \beta_1 - w_2 \operatorname{sen} \beta_2)^2}}{g} =$$

$$= \frac{G \sqrt{w_1^2 + w_2^2 - 2\, w_1 w_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)}}{g}$$

La potencia efectiva es: $N_{ef} = X\, u = \dfrac{G\, u\,(w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2)}{g} = \dfrac{\gamma\, Q\, u\,(w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2)}{g}$

que sirve para cualquier tipo de turbina.

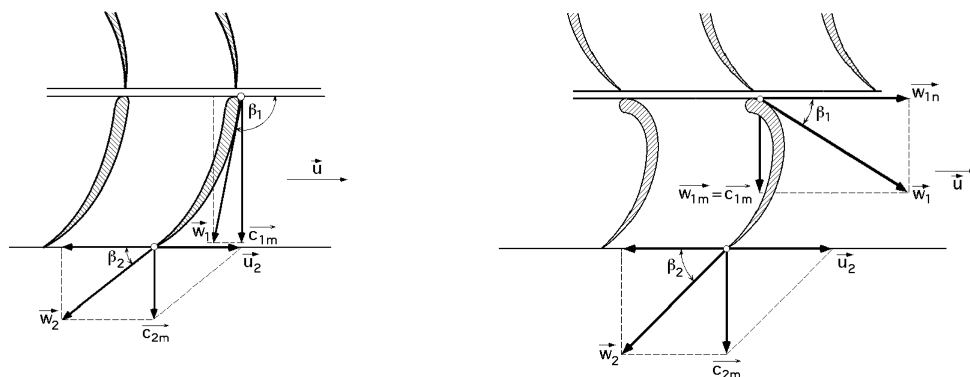


Fig I.20.- Movimiento del agua en las turbinas hidráulicas; triángulos de velocidades

En la turbina de reacción la potencia se genera a causa de la variación de la presión entre la entrada y la salida, teniendo lugar una aceleración de w_1 a w_2 $\Rightarrow w_2 > w_1$.

En la turbina de acción el agua circula libremente en las cazoletas, produciéndose un frenado por lo que $w_2 < w_1$, siendo la velocidad de salida: $w_2 = \psi\, w_1$, con $(\psi < 1)$.

I.6.- COEFICIENTES ÓPTIMOS DE VELOCIDAD

Las velocidades u_1, c_{1n}, u_2 y c_{2n} no se pueden elegir al azar, si es que con ellas se desea obtener el máximo rendimiento. Para un tipo determinado de turbina, los ensayos efectuados en el Laboratorio sobre modelos reducidos, permiten determinar para diferentes valores del salto neto H_n los valores de las velocidades para los que se obtiene el máximo rendimiento; ***con objeto de evitar ensayar todos los modelos y tipos de turbinas, para todos los valores posibles del salto neto, se opera con independencia del salto H_n*** mediante la determinación de los coeficientes óptimos de velocidad; para ello, se parte de las siguientes relaciones:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = \xi_1 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ c_1 = \varphi_1 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ w_1 = \lambda_1 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ c_{1n} = \mu_1 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ c_{1m} = k_{1m} \sqrt{2\, g\, H_n} \\ u_2 = \xi_2 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ c_2 = \varphi_2 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ w_2 = \lambda_2 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ c_{2n} = \mu_2 \sqrt{2\, g\, H_n}\ ;\ c_{2m} = k_{2m} \sqrt{2\, g\, H_n} \end{array}\right\}$$

lo que equivale a definir dichas velocidades óptimas, como fracciones de la velocidad absoluta disponible, observándose que para cuando $H_n = \dfrac{1}{2\, g}$ estas velocidades son:

$$\begin{array}{l} u_1 = \xi_1\ ;\ c_1 = \varphi_1\ ;\ w_1 = \lambda_1\ ;\ c_{1n} = \mu_1\ ;\ c_{1m} = k_{1m} \\ u_2 = \xi_2\ ;\ c_2 = \varphi_2\ ;\ w_2 = \lambda_2\ ;\ c_{2n} = \mu_2\ ;\ c_{2m} = k_{2m} \end{array}$$

que proporcionan un medio para determinar los valores de los coeficientes óptimos de velocidad para cada tipo de turbina; en efecto, bastará con ensayar todos los tipos bajo el salto común $H_n = \dfrac{1}{2\, g}$ hasta obtener, para cada turbina, los valores de $u_1, c_1, w_1, c_{1n}, \ldots u_2, c_2, w_2, c_{2n}, \ldots$ que permitirán determinar el máximo rendimiento, y que coincidirán con los coeficientes óptimos de velocidad, correspondientes al tipo ensayado.

Como:

$$\frac{u_1}{\xi_1} = \frac{c_1}{\varphi_1} = \frac{w_1}{\lambda_1} = \frac{c_{1n}}{\mu_1} = \frac{c_{1m}}{k_{1m}} = \ldots = \frac{u_2}{\xi_2} = \frac{c_2}{\varphi_2} = \frac{w_2}{\lambda_2} = \frac{c_{2n}}{\mu_2} = \frac{c_{2m}}{k_{2m}} = \sqrt{2\, g\, H_n}$$

los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida serán semejantes a los triángulos de los coeficientes de velocidades correspondientes, siendo la razón de semejanza igual a $\sqrt{2\, g\, H_n}$.

I.7.- GRADO DE REACCIÓN

Por definición, el grado de reacción σ es la relación existente entre la altura de presión en el rodete y la altura H_n en la forma:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Altura presión rodete: } \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r \\ H_n = \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\, g} + H_r \end{array}\right\} \Rightarrow \sigma = \frac{\dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r}{H_n} = 1 - \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\, g H_n} = 1 - (\varphi_1^2 - \varphi_2^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \varphi_1 = \sqrt{(1 - \sigma) + \varphi_2^2}$$

o también: $H_n = \sigma H_n + \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2 g}$; $H_n = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2 g (1 - \sigma)} \Rightarrow c_1 = \sqrt{2 g H_n (1 - \sigma) + c_2^2}$ ó $\varphi_1 = \sqrt{(1 - \sigma) + \varphi_2^2}$

Para una turbina ficticia en la que $(c_1 = c_2)$ el grado de reacción sería $(\sigma = 1)$

Para una turbina de acción: $(p_1 = p_2 = 0) \Rightarrow \sigma = \dfrac{H_r}{H_n} \cong 0 \Rightarrow H_n = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2 g}$

El salto H_n es la suma de:
$$\begin{cases} \text{Energía de presión: } \sigma H_n = \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r & \text{(Fenómeno de reacción)} \\ \text{Energía dinámica: } \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2 g} \end{cases}$$

I.8.- ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS TURBINAS, RENDIMIENTOS Y POTENCIAS

Para determinar la ecuación fundamental de las turbinas, (y en general para cualquier turbomáquina), considerando los puntos (1) y (2), se tiene:

$$\left.\begin{aligned} H &= H_s + H_r + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2 g} + h_d + h_t \\ H &= H_s + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2 g} + H_{ef} + h_r + h_d + h_t \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{Igualándolas}} \begin{cases} H_{ef} = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2 g} + \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r - h_r \text{ (con pérdidas)} \\ H_{ef} = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2 g} + \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r \text{ (sin pérdidas)} \end{cases}$$

y aplicando el Teorema de Bernoulli al fluido en rotación entre (1) y (2), y como $(z_1 - z_2 = H_r)$, se obtiene la ***energía de presión en el rodete***, en la forma:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{w_1^2}{2 g} - \frac{u_1^2}{2 g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{w_2^2}{2 g} - \frac{u_2^2}{2 g} + h_r \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} + H_r + \frac{w_1^2}{2 g} - \frac{u_1^2}{2 g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2 g} - \frac{u_2^2}{2 g} + h_r$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \begin{cases} \dfrac{w_2^2 - w_1^2}{2 g} - \dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2 g} - H_r & \text{(sin pérdidas)} \\ \dfrac{w_2^2 - w_1^2}{2 g} - \dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2 g} - (H_r - h_r) & \text{(con pérdidas)} \end{cases}$$

La ***ecuación fundamental de las turbinas***, queda en la forma:

$$H_{ef} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2 g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2 g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2 g} = \left| \begin{aligned} w_1^2 &= c_1^2 + u_1^2 - 2 c_1 u_1 \cos \alpha_1 \\ w_2^2 &= c_2^2 + u_2^2 - 2 c_2 u_2 \cos \alpha_2 \end{aligned} \right| = \frac{c_1 u_1 \cos \alpha_1 - c_2 u_2 \cos \alpha_2}{g} =$$

$$= \frac{c_{1n} u_1 - c_{2n} u_2}{g} = \eta_{hid} H_n \Rightarrow \eta_{hid} = \frac{c_{1n} u_1 - c_{2n} u_2}{g H_n}$$

El ***rendimiento hidráulico de la turbina en función de los coeficientes óptimos de velocidad***, suponiendo una entrada en la rueda sin choque, viene dado por:

$$\eta_{hid} = \frac{u_1 c_{1n} - u_2 c_{2n}}{g H_n} = \left| \begin{aligned} u_1 = \xi_1 \sqrt{2 g H_n} \; &; \; u_2 = \xi_2 \sqrt{2 g H_n} \\ c_{1n} = \mu_1 \sqrt{2 g H_n} \; &; \; c_{2n} = \mu_2 \sqrt{2 g H_n} \end{aligned} \right| = 2 (\xi_1 \mu_1 - \xi_2 \mu_2)$$

Para turbinas helicoidales, Kaplan, hélice, bulbo, etc, se tiene, $\xi_1 = \xi_2 \Rightarrow \eta_{hid} = 2 \xi_1 (\mu_1 - \mu_2)$

Para una turbina Pelton: $\left\{\begin{array}{l} c_1 = c_{1n} \Rightarrow \mu_1 = \varphi_1 \\ c_2 = c_{2n} \Rightarrow \mu_2 = \varphi_2 \end{array}\right. \Rightarrow \eta_{hid} = 2\ \xi_1 (\varphi_1 - \varphi_2)$

Para que dos turbinas tengan el mismo rendimiento hidráulico, basta que tengan iguales sus coeficientes óptimos de velocidad, con lo que a su vez tendrán semejantes los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida.

Grado de reacción: $1 - \sigma = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\ g\ H_n} = \varphi_1^2 - \varphi_2^2$

RENDIMIENTO MÁXIMO.- Para que el rendimiento hidráulico de la turbina sea máximo, interesa que lo sea H_{ef}, lo que sucede cuando $\alpha_2 = 90º \Rightarrow \eta_{hid\ máx} = \dfrac{c_1\ u_1 \cos \alpha_1}{g\ H_n}$, por lo que las direcciones de u_2 y c_2 tienen que ser sensiblemente perpendiculares

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = \left| H_n = \frac{c_1\ u_1 \cos \alpha_1}{g\ \eta_{hid\ máx}} \right| = \varphi_1 \sqrt{2\ \frac{c_1\ u_1 \cos \alpha_1}{\eta_{hid\ máx}}} \Rightarrow \frac{c_1}{u_1}\Big)_{\eta_{hid\ máx}} = \frac{2\ \varphi_1^2 \cos \alpha_1}{\eta_{hid\ máx}}$$

$$\frac{u_1}{c_1}\Big)_{\eta_{hid\ máx}} = \frac{\eta_{hid\ máx}}{2\ \varphi_1^2 \cos \alpha_1} = \frac{\eta_{hid\ máx}}{2\ \{(1 - \sigma) - \varphi_2^2\} \cos \alpha_1}$$

NUMERO DE REVOLUCIONES DEL RODETE.- En condiciones de rendimiento máximo el número de r.p.m. del rodete es:

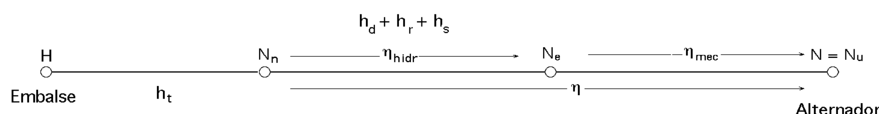
$$u_1 = \frac{\eta_{hid\ máx} H_n\ g}{c_1 \cos \alpha_1} = \left| c_1 = \varphi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} \right| = \frac{\eta_{hid\ máx} H_n\ g}{\varphi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} \cos \alpha_1} = \frac{\sqrt{2\ g\ H_n}\ \eta_{hid\ máx}}{2\ \varphi_1 \cos \alpha_1} = \frac{\pi\ D_1 n}{60}$$

$$n = \frac{60 \sqrt{2\ g\ H_n}\ \eta_{hid\ máx}}{2\ \pi\ D_1 \varphi_1 \cos \alpha_1} = \frac{30 \sqrt{2\ g}\ \eta_{hid\ máx}}{\pi\ \varphi_1 \cos \alpha_1} \frac{\sqrt{H_n}}{D_1} = n_s^* \frac{\sqrt{H_n}}{D_1}$$

siendo: $n_s^* = n$, para: D_1 = 1 m y H_n = 1 m.

RENDIMIENTOS HIDRÁULICO, VOLUMÉTRICO, ORGÁNICO Y GLOBAL

En las turbinas hidráulicas, las pérdidas se pueden clasificar en la siguiente forma:



a) Pérdidas de carga debidas al frotamiento del agua en la turbina (distribuidor y rodete), movimientos turbulentos, viscosidad y rugosidad de las paredes; las pérdidas que hasta este momento se han considerado son de este tipo, y a ellas corresponde el rendimiento hidráulico de la forma:

$$\eta_{hid} = \frac{N_{ef}}{N_n} = \frac{u_1\ c_{1n} - u_2\ c_{2n}}{g\ H_n}$$

b) Pérdidas de caudal q debidas a las fugas entre el estator (distribuidor), y la rueda móvil, a las que corresponde el rendimiento volumétrico:

$$\eta_{vol} = \frac{Q_{rodete}}{Q_{distribuidor}} = \frac{Q_r}{Q} = \frac{Q - q}{Q} > 0,95$$

c) Pérdidas por rozamiento mecánico, en los órganos de transmisión tales como cojinetes y pivotes, por ventilación y por arrastre de los aparatos auxiliares como taquímetros, bombas de aceite, etc., correspondiendo a estas pérdidas el rendimiento orgánico o mecánico (pérdidas mecánicas):

$$\eta_{org} = \frac{N}{N_e} = \frac{N_e - N_{roz\ mec}}{N_e}$$

en la que la potencia útil, o potencia al freno, es igual a la potencia efectiva menos las pérdidas de potencia por rozamiento mecánico.

La potencia útil es la potencia que se tiene en el eje, a la salida de la turbina:

$$N = N_{ef}\ \eta_{mec} = \left| \eta_{hid} = \frac{N_{ef}}{N_n} \right| = N_n\ \eta_{hid}\ \eta_{mec} = \gamma\ Q\ H_n \eta_{hid}\ \eta_{mec} = \gamma\ Q\ H_n \eta$$

La potencia generada en la turbina es: $N_{ef} = \gamma\ Q\ H_n \eta_{hid} = \gamma\ Q_r H_{ef}$

Otros rendimientos manométricos son: $\begin{cases} \text{De la instalación: } \eta_{hid\ inst} = \dfrac{u_1\ c_{1n} - u_2\ c_{2n}}{g\ H} \\ \text{Del rodete: } \eta_{hid\ rod} = \dfrac{u_1\ c_{1n} - u_2\ c_{2n}}{g\ (H_{ef} + h_r)} \end{cases}$

I.9.- CAUDAL

Si Q es el caudal que circula por el distribuidor, Q_r el que circula por la rueda y Ω_d es la sección transversal del compartimento entre álabes a la salida del distribuidor, el valor de Q es:

$$Q = \mu_d\ \Omega_d\ c_1 = \mu_d\ \Omega_d \sqrt{2\ g\ (H_d - \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma})}$$

siendo μ_d el coeficiente de contracción del agua para esta sección.

El caudal Q_r que circula por el rodete es: $Q_r = Q - q$, siendo *q* el caudal que se pierde por fugas en los intersticios existentes entre el distribuidor y el rodete; con esta matización se tiene que el caudal entrante en la rueda es el mismo que sale, es decir $Q_E = Q_S$, obteniéndose:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{A la entrada: } & Q_E = Q - q = \mu_1\ \Omega_1\ w_1 \\ \text{A la salida: } & Q_S = Q - q = \mu_2\ \Omega_2\ w_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \mu_d\ \Omega_d\ c_1 = \mu_1\ \Omega_1\ w_1 = \mu_2\ \Omega_2\ w_2 \Rightarrow w_2 = \frac{\mu_d\ \Omega_d\ c_1}{\mu_2\ \Omega_2}$$

y la ***ecuación fundamental*** queda en la forma:

$$g\ H_n \eta_{hid} = c_1\ u_1 \cos \alpha_1 = \left| u_1 = u_2 \frac{D_1}{D_2} = \{u_2 = w_2 \cos \beta_2\} = w_2 \cos \beta_2 \frac{D_1}{D_2} \right| =$$

$$= c_1\ w_2 \cos \beta_2 \frac{D_1}{D_2} \cos \alpha_1 = \left| w_2 = \frac{\mu_d\ \Omega_d\ c_1}{\mu_2\ \Omega_2} \right| = c_1^2\ \frac{\mu_d\ \Omega_d}{\mu_2\ \Omega_2}\ \frac{D_1}{D_2} \cos \alpha_1 \cos \beta_2$$

y ***como prácticamente*** α_1 ***y*** β_2 ***están próximos a 0º y 180º, respectivamente,*** se pueden hacer (en valor absoluto) las siguientes aproximaciones:

$$\left.\begin{array}{l}\eta_{hid} \cong \cos \beta_2 \cos \alpha_1 \\ \dfrac{\mu_d}{\mu_2} \cong 1\end{array}\right\} \Rightarrow g H_n = c_1^2 \frac{\Omega_d}{\Omega_2} \frac{D_1}{D_2} = 2 g H_n (1 - \sigma) \frac{\Omega_d}{\Omega_2} \frac{D_1}{D_2} \Rightarrow \frac{\Omega_2}{\Omega_d} = 2 (1 - \sigma) \frac{D_1}{D_2}$$

que proporciona una relación aproximada entre las secciones y el grado de reacción σ.

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Si la turbina es de tipo hélice: } D_1 = D_2 \Rightarrow \dfrac{\Omega_2}{\Omega_d} = 2 (1 - \sigma) \\ \text{Si la turbina es de acción: } \sigma = 0 \Rightarrow \dfrac{\Omega_2}{\Omega_d} = 2 \dfrac{D_1}{D_2}\end{array}\right.$$

Suponiendo que el ancho del canal de paso entre los álabes del distribuidor es ***a*** y la altura de los álabes ***b***, siendo Z el numero de éstos, el caudal viene dado por: $Q = a\, b\, Z\, c_1$.

I.10.- VELOCIDAD SINCRÓNICA Y DE EMBALAMIENTO

VELOCIDAD SINCRÓNICA.- En general una turbina va acoplada a un alternador que ha de generar electricidad a una determinada frecuencia, que en España es de 50 ciclos por segundo, por lo que su velocidad debe ser tal que, conjugada con el número de pares de polos, produzca esta frecuencia.

La relación que liga la velocidad del alternador *n* con el número de pares de polos *z* y con la frecuencia ***f*** de la corriente en ciclos por segundo es:

$$f = \frac{z\, n}{60} \Rightarrow \text{Para } f = 50 \text{ ciclos por segundo: } z\, n = 3000$$

Las velocidades que cumplen la condición anterior se llaman velocidades sincrónicas; así, una turbina acoplada directamente a un alternador ha de tener una velocidad sincrónica de la forma:

Para, z = 1, n = 3.000 rpm ; z = 2, n = 1.500 rpm ; z = 3, n = 1.000 rpm ; z = 4, n = 750 rpm

VELOCIDAD DE EMBALAMIENTO.- Se entiende por velocidad de embalamiento, aquella a turbina descargada y con el distribuidor abierto; suele ser 1,8 a 2,2 veces la velocidad de régimen según el tipo de turbina. Si se supone a la turbina en régimen estacionario (funcionamiento normal) y por cualquier circunstancia desaparece la carga y el regulador no actúa, la turbina se acelera; cuando funciona a la velocidad de régimen, el par motor es igual al par resistente, y la ecuación del movimiento de los rotores es de la forma:

$$I \frac{dw}{dt} = C_m - C_r = 0 \text{ , por ser la velocidad angular } \vec{w} \text{ constante}$$

Al desaparecer la carga, el par resistente disminuye hasta otro valor C_r' producido por las resistencias pasivas, que es muy pequeño, por lo que:

$$I \frac{dw}{dt} >> 0$$

y la velocidad se embalará nuevamente hasta que $C_r = C_m$ alcanzándose teóricamente una velocidad muy elevada. Sin embargo, en la práctica esta velocidad alcanza valores comprendidos entre 1,8 a 2,2 veces la velocidad de régimen, ya que cuando el rodete gira a la velocidad de régimen, la velocidad relativa de entrada del agua en la turbina es tangente al álabe a la entrada.

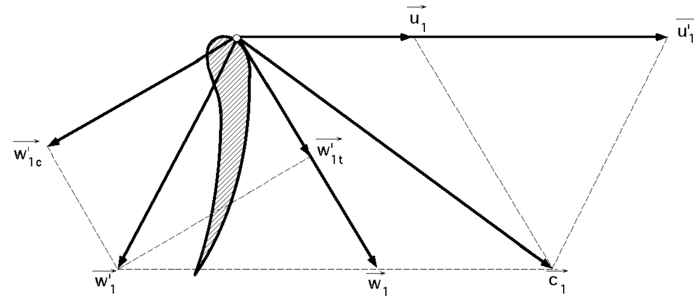


Fig I.21.- Triángulo de velocidades a la entrada y velocidad de embalamiento

Al cesar la carga sin actuar el regulador, la velocidad c_1 sigue igual en magnitud y dirección, Fig I.21, pero u_1 aumenta hasta u_1', con lo que w_1 se convierte en w_1', y ya no es tangente al álabe a la entrada. Como w_1' se puede descomponer en w_{1t}' tangente al álabe y en w_{1c}' perpendicular a w_{1t}' que se conoce como componente de choque, la cual se opone al movimiento produciendo un frenado, impide que la velocidad de embalamiento alcance valores excesivos, siendo:

$n_{máx} < 1{,}8\ n$, *para las turbinas de acción (Pelton)*

$n_{máx} < 2\ n$, *para las turbinas de reacción (Francis)*

$n_{máx} < 2{,}2$ *a* $2{,}4\ n$, *para las turbinas hélice (Kaplan)*

II.- SALTO NETO, SEMEJANZA Y COLINAS DE RENDIMIENTOS

II.1.- CONCEPTO DE SALTO NETO EN TURBINAS HIDRÁULICAS

En las ***TURBINAS DE REACCIÓN*** el ***salto bruto o altura geométrica H*** es la diferencia de niveles entre la cámara de carga y el canal de fuga a la salida del tubo de aspiración, Fig II.2, es decir:

$$H = z_M - z_a$$

El ***salto neto H_n*** es la energía que por kg de agua se pone a disposición de la turbina.

En Europa se considera como turbina desde la entrada del distribuidor, punto M_0, hasta el nivel del canal de desagüe, punto M_a, por lo que se tiene:

$$H_n = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right)$$

En USA se supone que la turbina comienza a la entrada del distribuidor, punto M_0, y termina en la sección de salida del difusor, punto M_3, con lo que la expresión americana del salto neto es:

$$H'_n = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right)$$

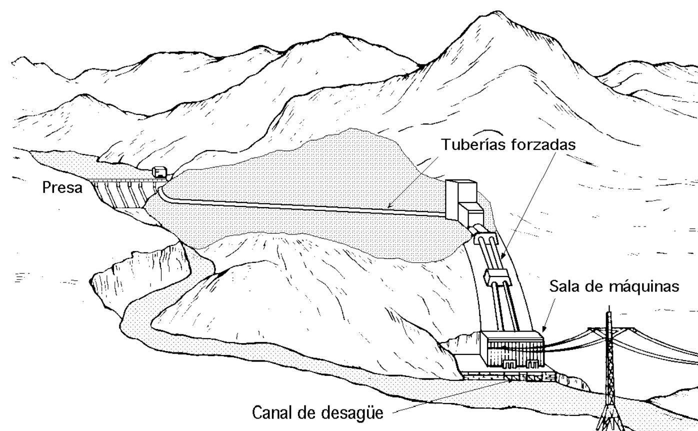
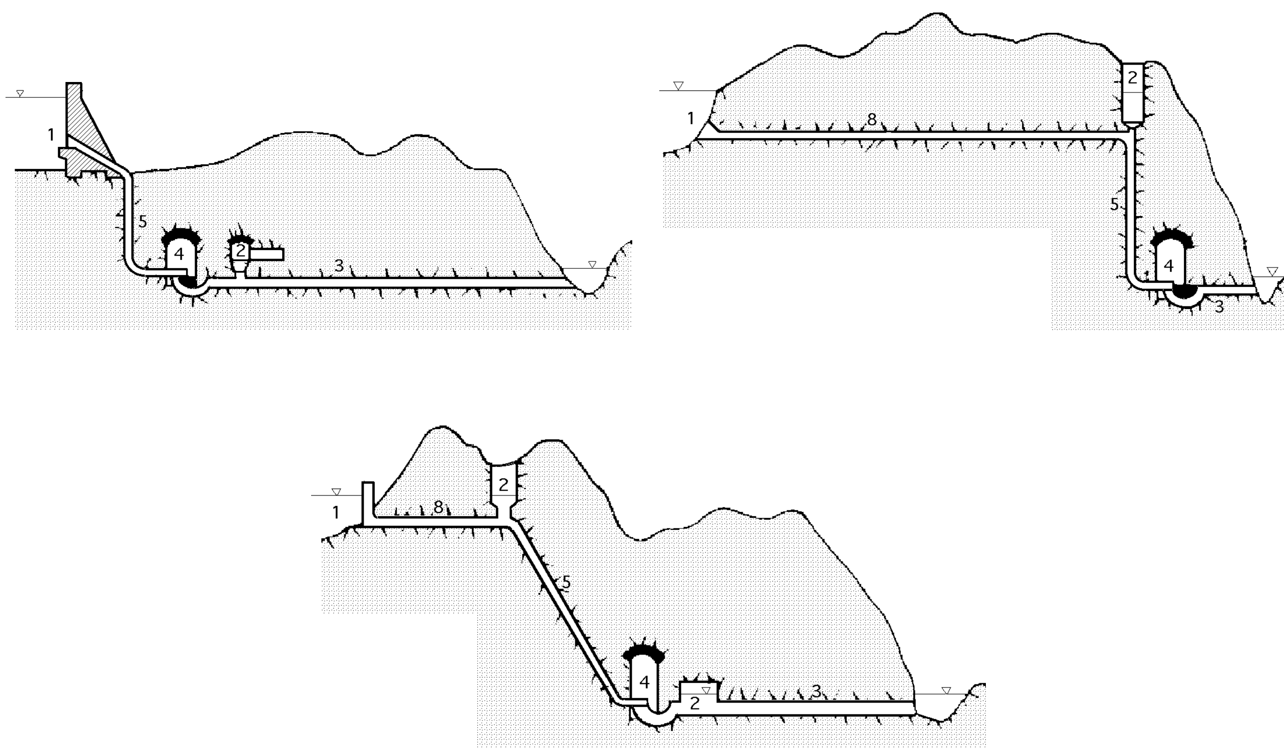
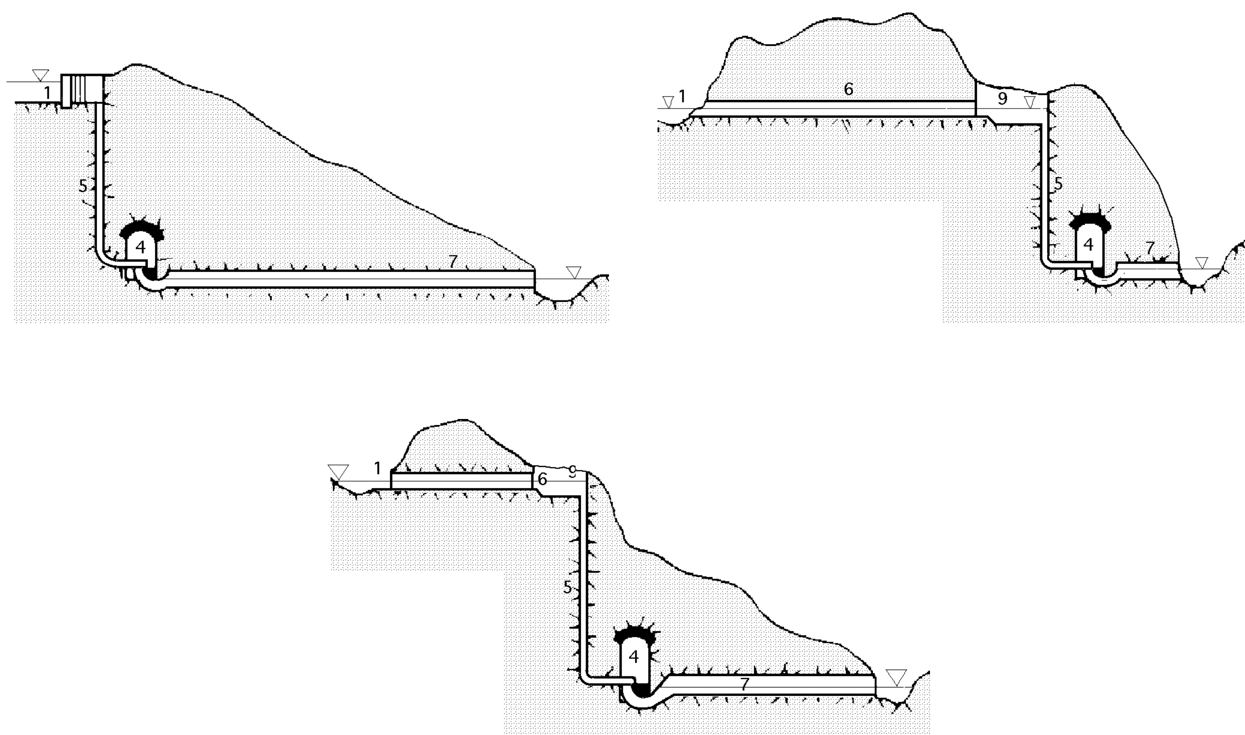


Fig II.I.- Esquema de un salto hidráulico



a) Sistemas de presión (chimeneas de equilibrio)



b) Sistemas de admisión en flujo abierto

1) Estructura de admisión; 2) Tanques de equilibrio (depósito de aire y chimenea de equilibrio));
3) Túnel de presión aguas abajo; 4) Sala de turbinas (central); 5) Conducción forzada;
6) Túnel de flujo abierto de admisión; 7) Túnel de flujo abierto de escape; 8) Túnel de presión de admisión;
9) Embalse de carga

Fig II.2- Sistemas de atenuación del golpe de ariete

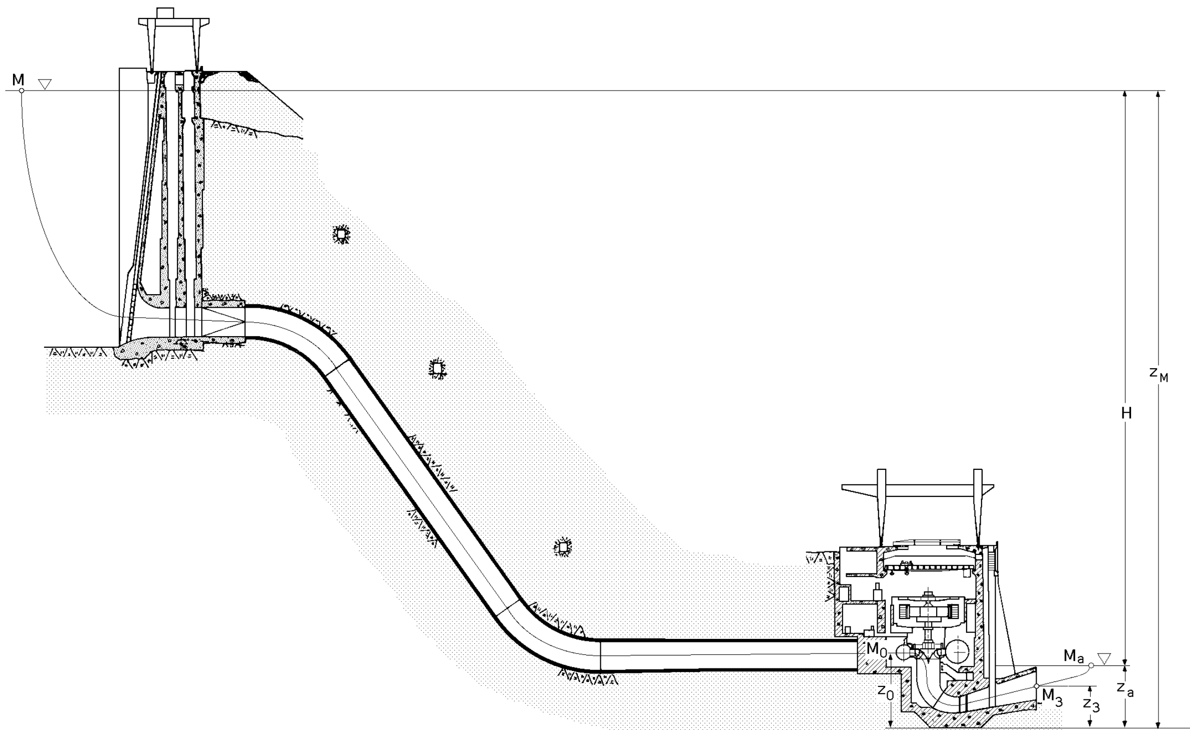


Fig II.3.- Nomenclatura utilizada en saltos con turbinas de reacción

Medida del salto neto en la Turbina de reacción.- Para el ***salto europeo***, de acuerdo con la Fig II.3, y teniendo en cuenta que, $p_a = p_{atm}$, se obtiene:

$$H_n = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right) = \left| \begin{matrix} \dfrac{c_M^2}{2g} + \dfrac{p_M}{\gamma} + z_M = \dfrac{c_0^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_0 + h_t \\ \dfrac{c_0^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_0 = \dfrac{c_M^2}{2g} + \dfrac{p_M}{\gamma} + z_M - h_t \end{matrix} \right| =$$

$$= (z_M - z_a) - h_t = H - h_t$$

ya que tanto c_M como c_a son despreciables.

Para el ***salto americano*** sabemos que:

$$H_n' = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right) = \left| \begin{matrix} \text{Aplicando Bernoulli entre M y } M_0: \\ \dfrac{c_M^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_M = \dfrac{c_0^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_0 + h_t \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_M - h_t - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right) =$$

$$= \left| \begin{matrix} \text{Aplicando Bernoulli entre la salida del difusor } M_3 \text{ y el canal de desagüe } M_a \\ \dfrac{c_3^2}{2g} + \dfrac{p_3}{\gamma} + z_3 = \dfrac{c_a^2}{2g} + \dfrac{p_a}{\gamma} + z_a + h_s' = \left\{ h_s' \cong \dfrac{c_3^2}{2g} \right\} = \dfrac{c_a^2}{2g} + \dfrac{p_a}{\gamma} + z_a + \dfrac{c_3^2}{2g} \\ \dfrac{p_3}{\gamma} + z_3 = \dfrac{c_a^2}{2g} + \dfrac{p_a}{\gamma} + z_a \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_M - h_t - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right) = \frac{c_M^2 - c_a^2}{2g} + z_M - z_a - h_t - \frac{c_3^2}{2g}$$

y como c_M y c_a son muy pequeños, resulta finalmente como valor del salto neto USA:

$$H'_n = z_M - z_a - h_t - \frac{c_3^2}{2\,g} = H - h_t - \frac{c_3^2}{2\,g}$$

y como el salto neto europeo es $(H_n = H - h_t)$, el salto neto USA se puede poner también en la forma:

$$H'_n = H_n - \frac{c_3^2}{2\,g}$$

observándose que el salto neto europeo es superior al salto neto USA.

Medida del salto efectivo en la Turbina de reacción.- El salto efectivo es la energía realmente utilizada por la rueda, para su transformación en trabajo mecánico, de la forma:

Salto efectivo = Salto neto - Pérdidas (distribuidor + rodete + tubo aspiración)

El salto efectivo europeo es:

$$H_{ef} = H_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s) = H - (h_t + h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s) = H - \sum h_i = H_n \eta_{hid}$$

que tiene el mismo valor en los sistemas europeo y USA.

Para el caso USA, como: $\frac{c_3^2}{2\,g} = h'_s$ resulta:

$$H'_{ef} = H'_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s) = H - h_t - \frac{c_3^2}{2\,g} - (h_d + h'_d + h_r + h_s) = H - (h_t + h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s)$$

observándose que, $H'_{ef} = H_{ef}$

En turbinas de cámara abierta, $H_n = H$, y en turbinas de cámara cerrada, $H_n = H - h_t$

Rendimiento hidráulico.- El rendimiento hidráulico se define en la forma:

$$\eta_{hid} = \frac{N_{ef}}{N_n} = \frac{\text{Energía real utilizada por el rodete}}{\text{Energía puesta a disposición de la turbina}} = \frac{N_{ef}}{\gamma\,Q\,H_n} \Rightarrow N_{ef} = \gamma\,Q\,H_n \eta_{hid}$$

y de acuerdo con lo anteriormente expuesto, con arreglo al concepto europeo se tiene:

$$\eta_{hid} = \frac{H_{ef}}{H_n} = \frac{H_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s)}{H_n} = 1 - \frac{h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s}{H_n}$$

En Europa: $\eta_{hid} = \frac{H_{ef}}{H_n}$

En USA: $\eta'_{hid} = \frac{H'_{ef}}{H'_n} = \frac{H_{ef}}{H'_n}$

$\Big\}$ y como: $H_n > H'_n \Rightarrow \eta'_{hid} > \eta_{hid}$

Energía utilizada por la turbina: $N_{ef} = \gamma\,Q\,H_{ef} = \gamma\,Q\,H_n \eta_{hid}$

Energía puesta a disposición de la turbina: $N_n = \gamma\,Q\,H_n$

$$\eta'_{man} = \frac{\text{Energía utilizada por el rodete}}{\text{Energía puesta a disposición de la turbina}} = \frac{N_e}{\gamma\,Q\,H'_n} = \left| H_n = H'_n + \frac{c_3^2}{2\,g} \right| = \frac{N_e}{\gamma\,Q\,(H_n - \frac{c_3^2}{2\,g})}$$

y como además: $\eta'_{man} = \frac{\text{Energía utilizada}}{\gamma\,Q\,H_n} \Rightarrow \eta'_{hid} > \eta_{hid}$

II.2.- SEMEJANZA DE TURBINAS HIDRÁULICAS

Para poder aplicar los resultados obtenidos en la Teoría de Modelos a los prototipos de turbinas hidráulicas, y comparar entre sí las del mismo tipo en diferentes circunstancias de funcionamiento, con diferentes tipos de rodetes, etc, es importante exigir una semejanza lo más perfecta posible, que incluya las acciones debidas a la rugosidad de las paredes, la viscosidad del fluido y la gravedad.

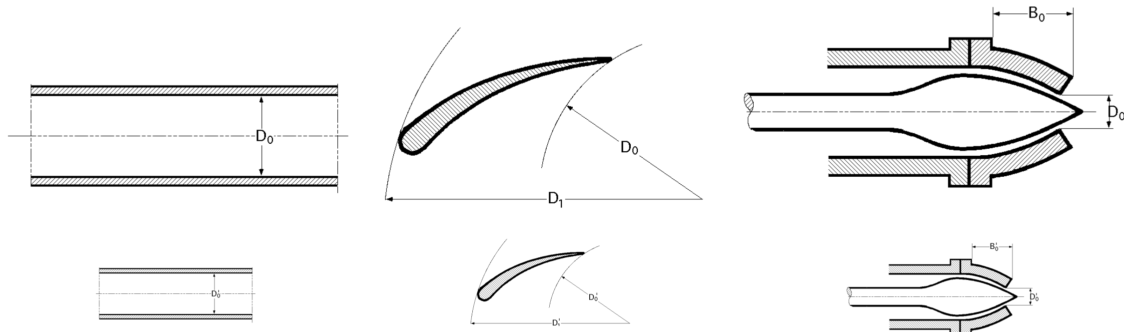


Fig II.4.- Semejanza geométrica

Cuando interviene la rugosidad, dando lugar a fuerzas apreciables de rozamiento, la igualdad de rendimientos entre el modelo y el prototipo, exige que los ***coeficientes de rozamiento*** en el prototipo y en el modelo sean iguales, lo cual implica el que las rugosidades relativas sean también iguales, o lo que es lo mismo, que las rugosidades absolutas cumplan la condición de semejanza geométrica.

Esto requiere un pulido especial en el modelo, y si no es así, las pérdidas por rozamiento serán relativamente mayores en el modelo que en el prototipo.

Al aplicar la semejanza de Froude se prescinde de la viscosidad; la aplicación simultánea de la semejanza de Froude y Reynolds es de la forma:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Froude: } Fr = \dfrac{u_1}{u_{1'}} = \sqrt{\lambda} \\ \text{Reynolds: } Re = \dfrac{u_1}{u_{1'}} = \lambda^{-1} \dfrac{\nu_1}{\nu_{1'}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_{1'}} = \lambda^{3/2}$$

y como el prototipo es mayor o igual que el modelo $\lambda \geq 1$, resulta que $\nu_1 > \nu_{1'}$, por lo que para una semejanza que considere efectos de gravedad y viscosidad, es necesario que el líquido de funcionamiento del prototipo sea más viscoso que el del modelo.

Como normalmente se trabaja con el mismo líquido, tanto en el prototipo como en el modelo, ello quiere decir que el líquido con el que se ensaya el modelo es más viscoso que lo que exige la ley de semejanza $\nu_1 > \nu_{1'}$, por lo que los resultados obtenidos, en lo que respecta a los rendimientos, serán menores que los reales, es decir, el rendimiento del prototipo será superior al obtenido en el modelo.

RELACIONES DE SEMEJANZA.- Para determinar las relaciones que existen entre las características de dos turbinas del mismo tipo, geométrica y dinámicamente semejantes, en el supuesto de que ambas tengan el mismo rendimiento hidráulico, podemos hacer las siguientes consideraciones:

Para el modelo: Potencia N', nº de rpm n', caudal Q' (m^3/seg), par motor C' (m.kg), salto neto H_n'

Para el prototipo: N, n, H_n, Q, C

En el estudio hay que suponer las siguientes condiciones:

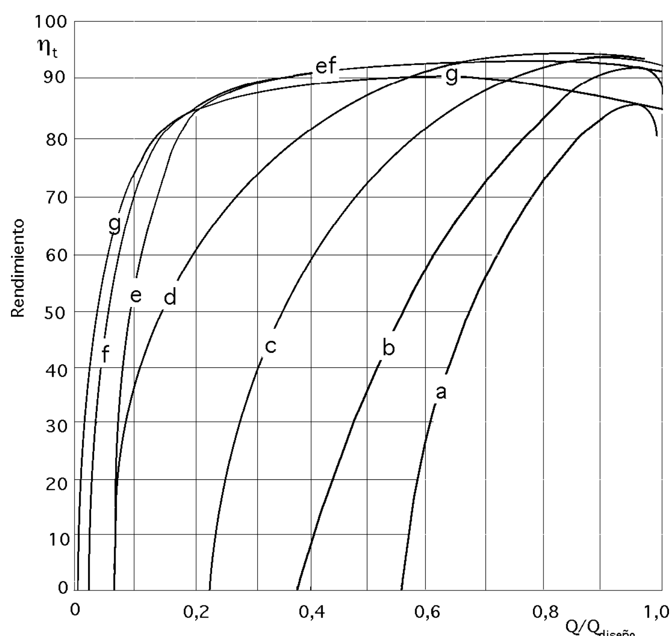
__a) Las dos turbinas tienen la misma admisión__, es decir, el mismo ángulo de apertura del distribuidor para las Francis y Kaplan-hélice, y la misma carrera relativa de la aguja para las Pelton.

__b) El mismo número de unidades para cada turbina,__ es decir, una sola rueda para las Francis y Kaplan-hélice, y un solo inyector para las Pelton.

c) El rendimiento se mantiene prácticamente uniforme en la zona de funcionamiento de las turbinas, Fig II.5

Para los diámetros y longitudes se puede poner: $\dfrac{D_0}{D_0'} = \dfrac{D_1}{D_1'} = \dfrac{B_0}{B_0'} = ... = \dfrac{D}{D'} = \lambda = \dfrac{\text{Prototipo}}{\text{Modelo}}$

y para las secciones de paso del agua: $\dfrac{\Omega_0}{\Omega_0'} = \dfrac{\pi D_0^2}{\pi D_0'^2} = \dfrac{\pi D_1^2}{\pi D_1'^2} = \lambda^2$



(a) Turbina hélice: n_s= 1050 (curva en gancho) ; (b) Turbina hélice: n_s= 650 ; (c) Turbina Francis: n_s= 500 ;

(d) Turbina Francis: n_s= 250 ; (e) Turbina Kaplan: n_s= 230 ; (f) Turbina Kaplan: n_s= 500 ; (g) Turbina Pelton: n_s= 10 a 30 (curva plana)

Fig II.5.- Rendimiento total de diferentes tipos de turbinas

Como el rendimiento de la turbina en función de los coeficientes óptimos de velocidad, es:

$$\eta_{man} = 2 (\xi_1 \mu_1 - \xi_2 \mu_2)$$

para que sea el mismo en el prototipo y en el modelo, es necesario que los coeficientes óptimos de velocidad sean iguales.

Las relaciones de semejanza entre el prototipo y el modelo son:

a) Número de revoluciones

$$\left.\begin{array}{l}\text{Prototipo: } u_1 = \xi_1 \sqrt{2\, g H_n} = \dfrac{\pi D_1 n}{60} \\ \text{Modelo: } u_1' = \xi_1 \sqrt{2\, g H_n'} = \dfrac{\pi D_1' n'}{60}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{n}{n'} = \frac{D_1'}{D_1} \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \;\; ; \;\; n = n' \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}$$

b) Caudal.- Llamando μ al coeficiente de contracción que es sensiblemente el mismo para los distribuidores de ambas turbinas y Ω y Ω' las secciones respectivas de los distribuidores, normales a las veloci-

dades absolutas c_1 y $c_{1'}$, se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} Q = \mu\,\Omega\,c_1 = \mu\,\Omega\,\varphi_1\sqrt{2\,g\,H_n} \\ Q' = \mu\,\Omega'\,c_{1'} = \mu\,\Omega'\,\varphi_1\sqrt{2\,g\,H'_n} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{Q}{Q'} = \frac{\Omega}{\Omega'}\sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} = \lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad Q = Q'\,\lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H'_n}}$$

c) Potencia: $\left\{\begin{array}{l} N = \gamma\,Q\,H_n\,\eta \\ N' = \gamma\,Q'\,H'_n\,\eta \end{array}\right. \Rightarrow \frac{N}{N'} = \frac{Q\,H_n}{Q'\,H'_n} = \lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H'_n})^3} \quad ; \quad N = N'\,\lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H'_n})^3}$

d) Par motor: $\left\{\begin{array}{l} C = \dfrac{N}{w} = \dfrac{60\,N}{2\,\pi\,n} \\ C' = \dfrac{N'}{w'} = \dfrac{60\,N'}{2\,\pi\,n'} \end{array}\right. \Rightarrow \frac{C}{C'} = \frac{N\,n'}{N'\,n} = \lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H'_n})^3}\;\lambda\sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} = \lambda^3\,\frac{H_n}{H'_n} \Rightarrow C = C'\,\lambda^3\,\frac{H_n}{H'_n}$

Si el prototipo está constituido por un número de unidades, (*k* inyectores Pelton o *Z* rodetes Francis):

$$n = n'\,\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad Q = k\,Q'\,\lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad N = k\,N'\,\lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H'_n})^3} \quad ; \quad C = k\,C'\,\lambda^3\,\frac{H_n}{H'_n}$$

Hay que hacer notar que los rendimientos hidráulicos no sólo no serán iguales, sino que en el modelo los rendimientos volumétrico y orgánico son menores, porque las fugas o pérdidas de caudal son relativamente mayores en el modelo, al no poderse reducir los intersticios, y porque experimentalmente se ha comprobado que las pérdidas correspondientes son relativamente menores en las máquinas grandes; por todo ello, ***el rendimiento de la turbina prototipo es siempre mayor que el de su modelo***.

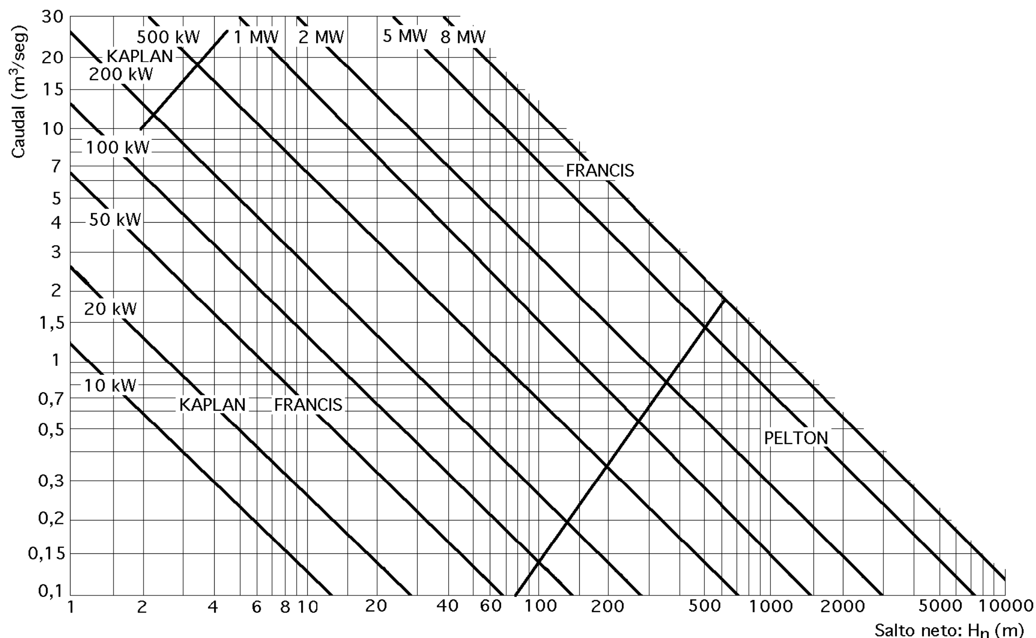


Fig II.6.- Diagrama de aplicación (Q, H_n), para el cálculo de potencias

Unas fórmulas empíricas que permiten calcular el rendimiento óptimo del prototipo η_p conociendo el rendimiento óptimo del modelo η_m son:

Para: $H < 150$ m, $\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\sqrt[5]{\dfrac{d_m}{d_p}}$; Para: $H > 150$ m, $\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\sqrt[5]{\dfrac{d_m}{d_p}}\sqrt[20]{\dfrac{H_m}{H_p}}$

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\frac{1{,}4 + \frac{1}{\sqrt{d_p}}}{1{,}4 + \frac{1}{\sqrt{d_m}}} \quad \text{(Camener)} \quad ; \quad \eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\frac{0{,}12 + \frac{\lambda}{\sqrt{d_{H(p)}}}}{0{,}12 + \frac{\lambda}{\sqrt{d_{H(m)}}}} \quad \text{(Camener)}$$

en las que λ es el coeficiente de rozamiento del agua (Moody) y d_H es el diámetro hidráulico del canal de paso entre dos álabes (en metros), a la salida de la rueda.

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\sqrt[4]{\frac{d_m}{d_p}}\sqrt[10]{\frac{H_m}{H_p}} \quad \text{(Moody)} \quad ; \quad \eta_p = 1 - (1 - \eta_m)(0{,}5 + 0{,}5\sqrt{\frac{d_m}{d_p}\frac{H_m}{H_p}}) \quad \text{(Ackeret)}$$

También, en general, se puede utilizar: $\eta_p = \eta_m \{1 - \frac{1}{\lambda^{0{,}314}}(1 - \frac{\eta_m}{\eta_{mec}})\}$

siendo el rendimiento mecánico el mismo en el modelo y en el prototipo

II.3.- VELOCIDAD ESPECIFICA

Número de revoluciones específico n_s.- El número n_s es el número específico de revoluciones europeo y es el número de revoluciones por minuto a que giraría una turbina para que con un salto de 1 metro, generase una potencia de 1 CV.

Si en las fórmulas de semejanza hacemos N'= 1 CV, $H_{n'}$ = 1 metro y n'= n_s se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l} n = \frac{n_s}{\lambda}\sqrt{H_n} \\ N = \lambda^2\sqrt{H_n^3} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{n_s^2}{n^2}H_n = \frac{N}{\sqrt{H_n^3}} \quad ; \quad n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}}$$

Por la forma en que se ha definido, resulta que todas las turbinas semejantes tienen el mismo número de revoluciones específico, pudiéndose definir también n_s como el número de revoluciones de una turbina de 1 CV de potencia que bajo un salto de 1 metro tiene el mismo rendimiento hidráulico que otra turbina semejante de N(CV), bajo un salto de H_n metros, girando a n rpm.

En lugar de comparar las turbinas que difieren a la vez en el salto H_n, potencia N y velocidad n, se comparan entre sí las que dan la misma potencia N = 1 CV, bajo el mismo salto H_n = 1 m, y que sólo difieren en su velocidad n_s; cada una de ellas define una serie de turbinas semejantes de igual rendimiento, cuyas dimensiones se obtienen multiplicando las de la turbina modelo por $\sqrt{2 g H_n}$.

De acuerdo con el valor de n_s las turbinas hidráulicas se pueden clasificar en la siguiente forma:

Pelton con un inyector, $5 < n_s < 30$
Pelton con varios inyectores, $n_s = 30 < n_s < 50$
Francis lenta, $50 < n_s < 100$; Francis normal, $100 < n_s < 200$; Francis rápida, $200 < n_s < 400$
Francis extrarápida, ruedas-hélice, $400 < n_s < 700$
Kaplan, $500 < n_s < 1000$
Kaplan de 2 palas, $n_s = 1200$

Velocidad específica para el caso de varios rodetes iguales que trabajan bajo un mismo salto, a n rpm

Si se supone una turbina múltiple formada por Z turbinas o ruedas iguales montadas sobre un mismo eje, Fig II.7, de forma que la potencia total suministrada sea N, bajo el salto H_n igual para to-

das las ruedas y a la velocidad *n* rpm, el número de revoluciones específico de una turbina que diese con un solo rodete la potencia N*, bajo el mismo salto H_n y a *n* rpm, sería:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}}$$

pero siendo las Z turbinas componentes iguales y llamando N* a la potencia suministrada por cada una de ellas, se tiene:

$$N = Z\,N^* \;\Rightarrow\; n_s = \frac{n\sqrt{Z\,N^*}}{H_n^{5/4}} = \sqrt{Z}\,\frac{n\sqrt{N^*}}{H_n^{5/4}} = \sqrt{Z}\,n_s^* \;\Rightarrow\; n_s^* = \frac{n_s}{\sqrt{Z}}$$

en la que n_s^* es la velocidad específica de cada una de las turbinas componentes que integran la turbina múltiple.

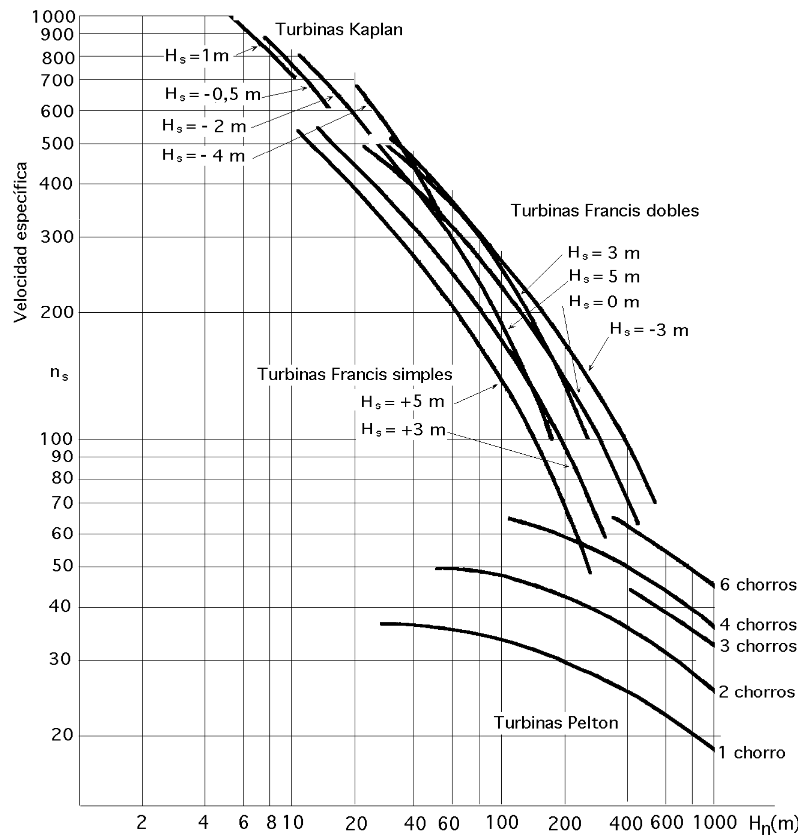


Fig II.7.- Clasificación de turbinas en función de $H_n = f(n_s)$

Número de revoluciones nq.- En USA se ha introducido el concepto de número específico de revoluciones n_q que debería tener un tipo de turbina determinado, para evacuar un caudal Q"= 1 m³, bajo un salto de H_n"= 1 m, con el máximo rendimiento posible. Su expresión se puede deducir de las relaciones de semejanza de turbinas entre caudales y revoluciones por minuto:

$$\left.\begin{aligned} \frac{Q}{1} &= \lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{1}} \\ \frac{n}{n_q} &= \lambda^{-1}\sqrt{\frac{H_n}{1}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{n}{n_q} = H_n^{1/4}\sqrt{\frac{H_n}{Q}} \quad ; \quad n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H_n^{3/4}}$$

La forma de caracterizar a las turbinas por su n_q parece bastante racional, por cuanto los datos del problema suelen ser, generalmente, el caudal Q y el salto neto H_n, y no la potencia, como en el caso de n_s. Para calcular n_s es preciso determinar previamente la potencia fijando un rendimiento global que no se conoce, y que varía en cada salto con el caudal y con la velocidad y en cuyo cálculo hay que recurrir a métodos experimentales.

La ventaja de n_q frente a n_s radica en que no se basa en hechos hipotéticos, sino sobre datos que se pueden determinar exactamente antes de construir la turbina.

La relación entre n_q y n_s es: $n_s = \sqrt{\frac{\gamma \eta}{75}}\, n_q$, y como el líquido es agua, resulta: $n_s = 3{,}65 \sqrt{\eta}\, n_q$, que permite calcular el valor de n_q para diversos tipos de turbinas, como se indica en la Tabla II.1.

Tabla II.1.- Valores de n_q para diversos tipos de turbinas

$2 < n_s < 30$	Pelton de una boquilla	$0{,}6 < n_q < 9$
$30 < n_s < 60$	Pelton de varias boquillas	$9 < n_q < 18$
$60 < n_s < 200$	Francis lenta	$18 < n_q < 60$
$n_s = 200$	Francis normal	$n_q = 60$
$200 < n_s < 450$	Francis rápida	$60 < n_q < 140$
$450 < n_s < 500$	Francis de varios rodetes, o hélice	$140 < n_q < 152$
$500 < n_s < 1350$	Hélice	$152 < n_q < 400$

VARIACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE UNA TURBINA AL VARIAR EL SALTO.- Las características de dos turbinas semejantes vienen relacionadas por las expresiones:

$$n = n' \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad Q = Q' \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad N = N' \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H'_n}\right)^3} \quad ; \quad C = C' \lambda^3 \frac{H_n}{H'_n}$$

Si ahora se estudian las características de una misma turbina funcionando bajo un salto H'_n diferente de H_n basta con hacer $\lambda = 1$, obteniéndose:

$$n = n' \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad Q = Q' \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad N = N' \sqrt{\left(\frac{H_n}{H'_n}\right)^3} \quad ; \quad C = C' \frac{H_n}{H'_n} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} = \frac{n}{n'} = \frac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{N}{N'}} = \sqrt{\frac{C}{C'}}$$

En las instalaciones hidráulicas el salto neto puede variar, y en particular en los saltos pequeños inferiores a 50 metros; también puede ser variable en los medianos, entre 50 y 300 metros, cuando se trata de utilizar el agua de una reserva.

Para que el rendimiento de la turbina permanezca constante al variar el salto, sería necesario variar al mismo tiempo la velocidad del grupo, pero esta velocidad viene siempre impuesta por el alternador, que debe girar a una velocidad sincrónica, y en estas condiciones no se puede modificar la velocidad al mismo tiempo que varía el salto; el regulador mantendrá constante la velocidad, y al variar el salto en uno u otro sentido, el rendimiento disminuirá. Más adelante se verá que las turbinas más apropiadas para saltos variables y velocidad constante son las hélice extrarápidas.

II.4.- CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS

Para llegar a conocer bien las particularidades del funcionamiento de un determinado tipo de turbina, es necesario realizar con ella un gran número de ensayos, que abarquen la totalidad de las condiciones posibles de trabajo, que vienen determinadas por la variabilidad del salto, de la carga (par

resistente), de la velocidad, etc.

Para cada valor del ***grado de admisión x***, que se obtiene variando la posición de las directrices móviles del distribuidor en las turbinas de reacción, o la carrera de la aguja del inyector en las ruedas Pelton, se realizan, (con ayuda de un freno y a diferentes velocidades), una serie de medidas ***procurando mantener constante el valor del salto neto***.

La potencia absorbida (potencia hidráulica) se calcula conocidos el caudal Q y el salto neto H_n.

También se puede determinar el valor del número específico n_s, con lo que se completa la serie de datos a incluir en las diferentes tablas, en las que habrá que señalar también el valor del diámetro D_1 con objeto de poder referir estos resultados a otras ruedas del mismo tipo de diferente D_1 o funcionando bajo otro valor H_n del salto, sin más que aplicar las leyes de semejanza de turbinas.

Características de caudal, par motor y potencia

Con ayuda de las tablas de valores obtenidas en Laboratorio, se pueden construir las familias de curvas definidas por las siguientes ecuaciones, mediante el ensayo elemental, para un grado de apertura del distribuidor ***x***, determinado:

$$Q = f_1(n,x) \; ; \; C = f_2(n,x) \; ; \; N = f_3(n,x)$$

en las que se toman los valores de ***x*** como parámetros, y los de las velocidades de rotación ***n*** como variables independientes.

Las curvas de potencia N(n) parten todas de un origen común, Fig II.8, cuando n = 0 y tienen una forma casi parabólica, con un máximo que se corresponde para cada valor de ***x*** con el rendimiento óptimo. Los puntos de corte con el eje de velocidades se corresponden con las velocidades de embalamiento, distintas para cada valor de ***x***, estando en ese momento sometida la turbina, únicamente, al freno impuesto por las resistencias pasivas, tanto mecánicas como hidráulicas.

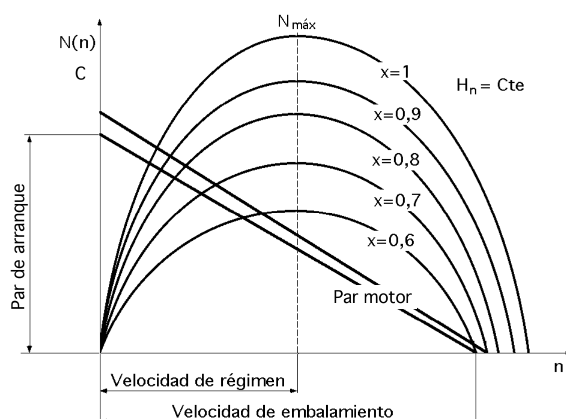


Fig II.8.- Curvas características de potencia

Las curvas Q(n) para diferentes grados de apertura x y salto constante H_n, son rectas, Fig II.9; para las Pelton son rectas horizontales, siendo el gasto del inyector rigurosamente independiente de la velocidad de rotación; para las ruedas Francis, el caudal varía con la velocidad, pero la inclinación de las curvas Q(n) varía con los valores de n_s; a las ruedas hélice, y a las Francis rápidas, corresponden curvas siempre crecientes, lo cual significa que a velocidad constante y salto variable, la capacidad de absorción de la rueda es tanto mayor cuanto menor sea el salto, lo que constituye una gran ventaja para

saltos pequeños.

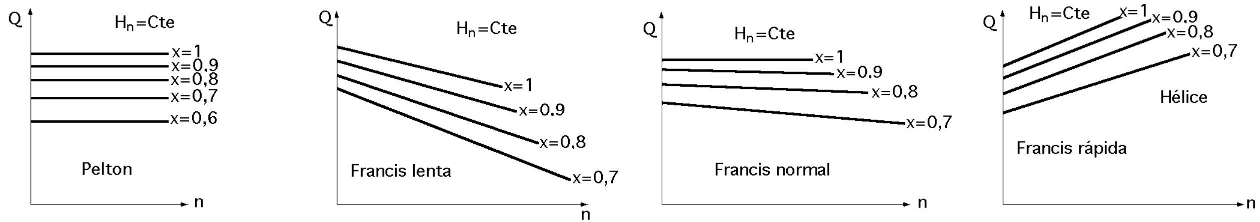


Fig II.9.- Curvas Q(n) para diversos grados *x* de apertura

Las curvas C(n), Fig II.8, aunque poco utilizadas por los constructores de turbinas, son de gran utilidad en el estudio de la regulación y del acoplamiento mecánico de la turbina y el alternador. También son rectas, siendo la ordenada en el origen el par de arranque, y la abscisa de ordenada nula la velocidad de embalamiento. ***El par de arranque*** de las turbinas hidráulicas es aproximadamente el doble que el de régimen, excepto para las turbinas hélice; esta propiedad es de gran interés, por cuanto permite el arranque en carga cuando el par resistente en el arranque es mayor que el de régimen.

CURVAS EN COLINA.- Las curvas en colina, o en concha, se obtienen a partir de una serie de ensayos elementales. Al ser constante el salto neto, el rendimiento será una función simultánea de las variables N y ***n***, o de las Q y ***n***, es decir:

$$\eta = F_1(N, n) \quad ; \quad \eta = F_2(Q, n)$$

La representación espacial de estas funciones es una superficie que puede representarse en el plano, para cualquiera de los dos casos, cortándola por planos de rendimiento constante, equidistantes, y proyectando las intersecciones obtenidas sobre el plano (N,n) o sobre el plano (Q,n), quedando de esta forma representada la colina de rendimientos, por las curvas de igual rendimiento de la Fig II.10.

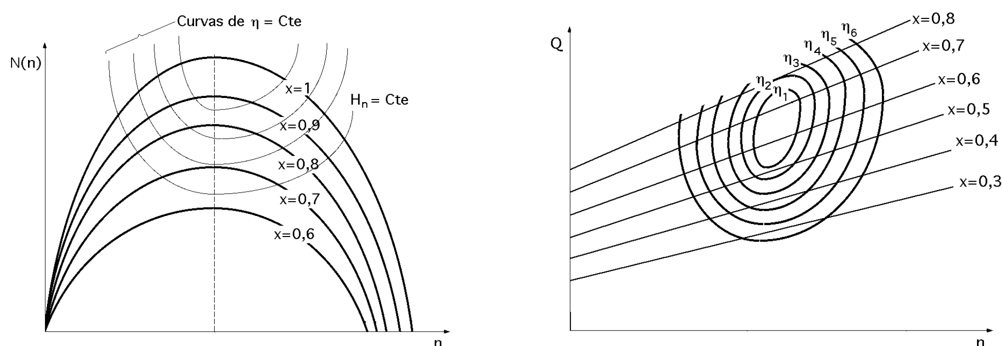


Fig II.10.- Colinas de rendimientos

Para obtener la representación de las ecuaciones $Q = f_1(n)$ y $N = f_2(n)$ para cada punto dado por un valor de ***x*** y otro de ***n*** correspondientes a cada ensayo, se anota el rendimiento calculado y uniendo los puntos de igual rendimiento, se obtiene la representación deseada.

El vértice de la colina de rendimientos se corresponde con la velocidad de régimen y con la potencia o caudal de diseño siempre que la turbina esté racionalmente construida. La mayor o menor proximidad de las curvas en colina da una idea sobre el campo de aplicación de la turbina ensayada. Cuando estas curvas estén muy próximas, el rendimiento variará mucho al modificar las condiciones de funcionamiento, por lo que será conveniente utilizar la turbina en aquellas zonas en donde las curvas se encuentren muy dis-

tanciadas, pues de este modo, el rendimiento variará poco al modificar las condiciones de funcionamiento.

Curvas de rendimientos para H_n y n constantes, en función del caudal y la potencia.- La forma habitual de funcionamiento de las turbinas industriales es suministrar, en cada instante, la potencia que la exige el alternador, manteniendo al mismo tiempo constante la frecuencia y, por lo tanto, el número de revoluciones. Este es el motivo de que sea interesante estudiar las variaciones del rendimiento al variar la potencia o el caudal, manteniendo constantes el salto H_n y la velocidad n. Estas variaciones están representadas en las Fig II.11, para distintos tipos de turbinas; la curva de rendimientos en función de los caudales se obtiene para cada valor de n_s manteniendo constantes en los ensayos los valores de H_n y n, midiendo al freno la potencia útil y calculando el rendimiento mediante la expresión:

$$\eta = \frac{N}{\gamma \; Q \; H_n}$$

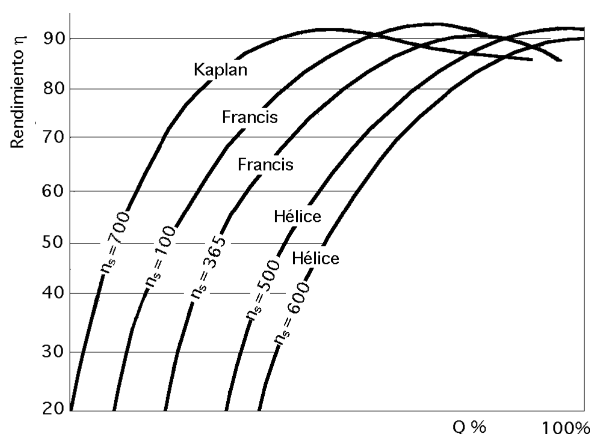
en la que Q se hace variar modificando la admisión $\boldsymbol{x}$. En forma idéntica se podría obtener la curva que relaciona los rendimientos con la potencia.

En la gráfica (η,Q) se observa que el máximo de la curva de rendimientos en función del caudal, se corresponde con valores comprendidos entre el 75% y el 90% del caudal máximo. La experiencia demuestra que lo más racional es proyectar la turbina de manera que el $\eta_{máx}$ se obtenga para el intervalo de la potencia indicada en la Tabla II.2.

Tabla II.2

Intervalo de potencia máxima	Número específico de revoluciones
75% < N < 80%	160 < n_s < 200
80% < N < 82%	200 < n_s < 330
85 %	n_s = 400
90 %	n_s = 500
100 %	n_s = 700

En las turbinas Kaplan, el rendimiento máximo se obtiene para unos valores de la carga máxima comprendidos entre el 60% y el 70%; del 70% en adelante, el valor del rendimiento disminuye relativamente poco. La potencia y el salto así definidos son la potencia y salto de diseño. Si por razón de una variación brusca de la carga, la velocidad varía en forma sensible, o si permaneciendo ésta constante por la acción de un regulador de velocidad, lo que varía es el caudal, el rendimiento disminuye.



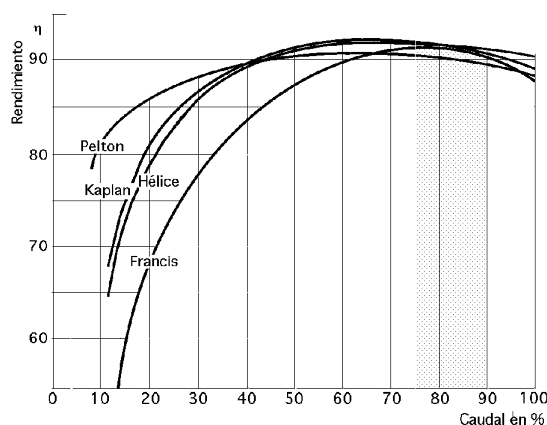


Fig II.11.- Variación del rendimiento con el caudal para distintos tipos de turbinas hidráulicas

En las turbinas Kaplan este descenso de rendimiento es menos sensible, por cuanto al orientarse las palas de acuerdo con los valores de carga o de gasto, podrán cumplirse las condiciones de rendimiento máximo entre límites bastante amplios alrededor de las características de régimen.

En el caso de turbinas Pelton, $n_s < 45$, el rendimiento viene muy poco influenciado por las variaciones de la carga, sobre todo en el caso de la rueda con dos inyectores, $30 < n_s < 45$, por lo que presentan un gran interés sobre todo cuando las variaciones de carga son muy grandes.

En el caso general de turbinas de reacción, tanto Francis como ruedas Hélice ordinarias, las curvas de rendimientos globales en función de la potencia presentan un máximo para la potencia de diseño, dependiendo las variaciones del rendimiento con la carga, en gran manera, del valor de n_s. Cuanto mayor sea n_s más bajos serán los rendimientos correspondientes a las cargas fraccionarias, por lo que, si la carga de la red es variable, no se puede adoptar una turbina con un n_s cualquiera.

II.5.- CONCEPTO DE TURBINA UNIDAD

Los datos obtenidos en Laboratorio en el ensayo de modelos de turbinas, permiten su utilización para el cálculo de turbinas semejantes. En la práctica suelen emplearse para determinar los diagramas y parámetros de una turbina semejante, cuyo diámetro de salida del rodete D_2 sea igual a 1 metro; a esta turbina se la denomina ***turbina unidad***, para distinguirla del modelo del que se han obtenido los datos. Las leyes de semejanza permiten reducir los valores obtenidos experimentalmente en el ensayo de un modelo de turbina a los correspondientes de turbina unidad; estos valores que se designan con los subíndices (11) se denominan valores reducidos o característicos.

Si H_n, Q, N y n son los valores medidos en cada ensayo de la turbina modelo y $H_{n_{11}}$, Q_{11}, N_{11} y n_{11} los correspondientes reducidos, en el supuesto de que se conserven los rendimientos, de las relaciones de semejanza se deduce para $D_{2_{11}} = 1$ metro y $H_{n_{11}} = 1$ metro:

$$\frac{H_n}{H_{n_{11}}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^2 \quad \Rightarrow \quad H_n = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^2 \quad ; \quad n_{11} = \frac{n\,D_2}{\sqrt{H_n}}$$

$$\frac{Q}{Q_{11}} = \frac{n}{n_{11}} \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^3 = \frac{n}{n_{11}} D_2^3 \quad \Rightarrow \quad Q_{11} = \frac{Q}{D_2^3}\,\frac{n_{11}}{n} = \frac{Q}{D_2^2 \sqrt{H_n}}$$

$$\frac{N}{N_{11}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^3 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^5 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^3 D_2^5 \quad \Rightarrow \quad N_{11} = \frac{N}{D_2^5} \left(\frac{n_{11}}{n}\right)^3 = \frac{N}{D_2^2 \sqrt{H_n^3}}$$

$$\frac{C}{C_{11}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^5 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^5 \quad \Rightarrow \quad C_{11} = \frac{C}{D_2^5} \left(\frac{n_{11}}{n}\right)^2 = \frac{C}{D_2^3\,H_n}$$

Para obtener los diagramas de ensayo, a partir del modelo de turbina unidad, se procede como sigue: ***Se coloca el distribuidor en una posición de abertura fija y se aplica a la turbina un caudal y al eje un freno, hasta conseguir que se mantenga uniforme la velocidad de giro*** n_{11}***, midiéndose el caudal*** Q_{11} ***el salto*** $H_{n(11)}$ ***y la potencia al freno*** N_{11}.

Si se mantiene fijo el distribuidor se puede variar la potencia del freno, modificándose así los valores de n_{11} ***y*** Q_{11} ***y ligeramente*** $H_{n(11)}$ ***obteniéndose todos los valores del número de revoluciones*** n_{11} ***que se deseen, repitiendo después los ensayos para distintas aperturas del distribuidor.***

CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS UNIDAD.- Una turbina unidad tiene un diámetro D_{211} = 1 m, y trabaja con un salto $H_{n(11)}$ = 1 m, por lo que la relación de semejanza respecto a otra turbina de diámetro D y altura manométrica H_n, para la que se cumplen las condiciones de semejanza, el valor de la escala es (λ = D). En los ensayos de Laboratorio se suele fijar el salto $H_{n(11)}$ por lo que los diagramas de curvas características más frecuentes son los que relacionan los caudales Q_{11} y las potencias N_{11} con el número de revoluciones n_{11}.

A cada par de valores (Q_{11}, n_{11}) ó (N_{11}, n_{11}) se puede superponer el rendimiento, Fig II.12, de forma que cuando se cumpla que $\eta = \eta_{11}$ se pueden aplicar las ecuaciones de semejanza, por lo que el conjunto de los rendimientos viene dado por superficies de la forma:

$$\eta = f(Q_{11}, n_{11}) \quad \text{ó} \quad \eta = F(N_{11}, n_{11})$$

Por lo que respecta al diagrama (Q_{11}, n_{11}) se procede de la siguiente forma:

- Sobre el eje Ox se llevan los valores de n_{11}, sobre el Oy los de Q_{11} y sobre el Oz los correspondientes a η.

- Las diversas cotas de la superficie proporcionan la colina de rendimientos, siendo las curvas de nivel la intersección de estas superficies con planos η = Cte.

Las curvas de caudal Q_{11} y velocidad de giro n_{11} verifican la ecuación de semejanza:

$$\frac{n}{n_{11}} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = \frac{1}{D}\sqrt{H_n}$$

$$\frac{Q}{Q_{11}} = D^2\sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = D^2\sqrt{H_n} = \left|\ \frac{n}{n_{11}} = \frac{1}{D}\sqrt{H_n}\ \right| = D^3\ \frac{n}{n_{11}} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_{11}}{n_{11}} = \frac{Q}{n\ D^3} = \text{Cte}$$

que son familias de rectas.

También es corriente presentar ***curvas de igual abertura del distribuidor***; para los diversos valores de esta abertura ***x***, basta unir en los diagramas los puntos correspondientes a cada una de ellas para obtener las curvas de igual admisión, de gran utilidad en la explotación de centrales hidroeléctricas.

Las ***curvas de igual potencia*** N y velocidad ***n*** constante satisfacen la ecuación:

$$\left.\begin{array}{l} N_{11} = \gamma\ Q_{11}\ H_{n_{11}}\ \eta \\ N = \gamma\ Q\ H_n\ \eta \end{array}\right\}$$

$$\frac{N_{11}}{N} = \frac{Q_{11}\ H_{n_{11}}}{Q\ H_n} = \left|\ H_{n_{11}} = 1\ \right| = \frac{Q_{11}}{Q\ H_n} = \left|\begin{array}{l} \dfrac{n\ D}{n_{11}} = \sqrt{H_n} \\ Q = Q_{11}\ D^3\ \dfrac{n}{n_{11}} \end{array}\right| = \frac{Q_{11}}{Q_{11}\ D^3\ \dfrac{n}{n_{11}}\ \dfrac{n^2\ D^2}{n_{11}^2}} = \frac{n_{11}^3}{n^3\ D^5}$$

$$\frac{n^3}{n_{11}^3} = \frac{N}{D^5\ N_{11}} \quad ; \quad \frac{N_{11}}{n_{11}^3} = \frac{N}{n^3\ D^5} = \text{Cte}$$

Las ***curvas de igual velocidad específica*** son de la forma:

$$n_s = n\ \frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = n\ \frac{\sqrt{\dfrac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75}}}{H_n^{5/4}} = n\ \frac{\sqrt{\gamma\ Q\ \eta}}{\sqrt{75}\ H_n^{3/4}} = 3{,}65\ n\ \frac{\sqrt{Q\ \eta}}{H_n^{3/4}} = \left|\begin{array}{l} Q = Q_{11}\ D^2\ \sqrt{H_n} \\ n = n_{11}\ \dfrac{\sqrt{H_n}}{D} \end{array}\right| = n_{11}\sqrt{\frac{\gamma\ Q_{11}}{75}}$$

Conocidas estas curvas se procede del modo siguiente, Fig II.13: *Se calcula la curva n_s = Cte y sobre ella se toma un punto M. Por este punto pasan una recta de Q = Cte y una línea de n = Cte; a cada punto M le corresponderán los valores de H_n y de Q.* El punto de funcionamiento es aquél en que este par de valores verifica la ecuación $Q = \frac{N}{\gamma H_n}$, deduciéndose las coordenadas de n_{11} y Q_{11}.

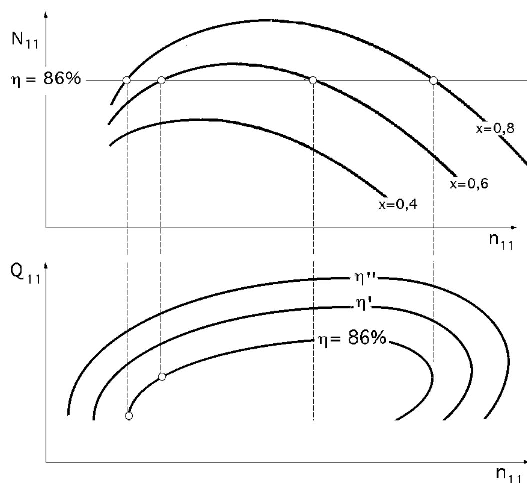


Fig II.12.- Curvas características de la turbina unidad

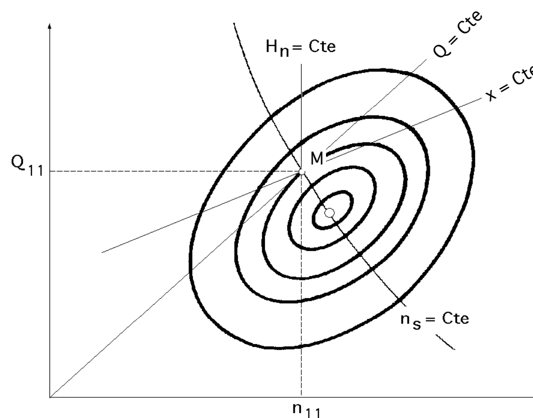


Fig II.13

El diámetro $D_2 = \frac{n_{11}\sqrt{H_n}}{n} = \sqrt{\frac{Q}{Q_{11}\sqrt{H_n}}}$, y las demás dimensiones de la turbina se deducen a partir de los de la turbina unidad, multiplicándoles por el factor de semejanza geométrico, $\lambda = D_2$.

Las formas de funcionamiento con salto H_n constante se encuentran a lo largo de la ordenada del punto M en sus puntos de corte con las otras curvas.

Si se quiere conocer el funcionamiento con salto variable, se buscará en las distintas ordenadas de abscisas $n_{11} = n \frac{D}{\sqrt{H_n}}$, los correspondientes puntos de corte con las otras curvas.

III.- TURBINA PELTON

III.1.- FUNCIONAMIENTO

Las turbinas Pelton son turbinas de chorro libre que se acomodan a la utilización de saltos de agua con mucho desnivel y caudales relativamente pequeños, Fig III.1, con márgenes de empleo entre 60 y 1500 metros, consiguiéndose rendimientos máximos del orden del 90%.

Cazoletas.- En una rueda Pelton la dirección del chorro no es ni axial ni radial, sino tangencial; el elemento constructivo más importante es la cazoleta en forma de doble cuchara, Fig III.2, que recibe el chorro exactamente en su arista media donde se divide en dos, circulando por su cavidad y recorriendo hasta la salida casi un ángulo de 180º, contrarrestándose así los empujes axiales por cambio de dirección de los dos chorros.

El agua una vez sale de la cazoleta, cae libremente una cierta altura, pasando al cauce inferior.

Inyector.- El inyector es el órgano regulador del caudal del chorro; consta de una válvula de aguja cuya carrera determina el grado de apertura del mismo; para poder asegurar el cierre, el diámetro máximo de la aguja tiene que ser superior al de salida del chorro cuyo diámetro ***d*** se mide en la sección contraída, situada aguas abajo de la salida del inyector y en donde se puede considerar que la presión exterior es igual a la atmosférica.

El chorro está constituido por un núcleo central convergente de agua y una sección anular creciente que contiene una emulsión de agua y aire.

Con el fin de asegurar una buena regulación, conviene diseñar el inyector de forma que exista una proporcionalidad entre la potencia de la turbina y la carrera ***x*** de la aguja, por cuanto la potencia es proporcional al caudal y éste, a su vez, a la sección de paso normal al flujo.

La variación del caudal del chorro para regular la potencia se consigue mediante una aguja de forma especial, con cuyo accionamiento se puede estrangular la sección de salida de la boquilla; su regulación puede ser manual o automática mediante un servomotor.

Tiene además otro sistema de regulación por desviación del chorro, que consiste en una superficie metálica llamada ***deflector***, que se introduce en medio del chorro, dividiéndolo y desviando una parte del mismo, de forma que en vez de dirigirse contra las cazoletas, sale lateralmente sin producir ningún efecto útil. De esta forma se evitan sobrepresiones en la tubería, por cuanto el caudal que circula por ésta continua siendo el mismo, Fig III.5.

Cuando se dispone de un solo inyector, el rodete tiene el eje de giro horizontal y el eje de salida del chorro es tangente horizontal, inferior a la circunferencia del rodete, cuyo diámetro se denomina ***diámetro Pelton***, cayendo el agua a la salida de las cucharas al fondo de la turbina, sin interferir el giro del rodete.

Cuando el número de inyectores es dos, la turbina puede ser también de eje horizontal, disponiéndose los chorros según dos tangentes inferiores a la circunferencia Pelton, inclinadas un mismo ángulo ≅ 30°, saliendo el agua de las cucharas sin interferir al rodete, Fig III.5.

Para un número superior de inyectores, Fig III.4, la rueda Pelton es de eje vertical ya que de ser horizontal, sería imposible evitar que el agua cayera sobre la rueda a la salida de las cucharas. Un chorro bien diseñado no debe tener un diámetro d superior a 27 cm, por lo que para establecer el número de inyectores hay que partir de la condición de que su diámetro no sea superior a este límite, teniendo en cuenta a su vez, el límite superior impuesto por la velocidad específica por chorro, en función del salto.

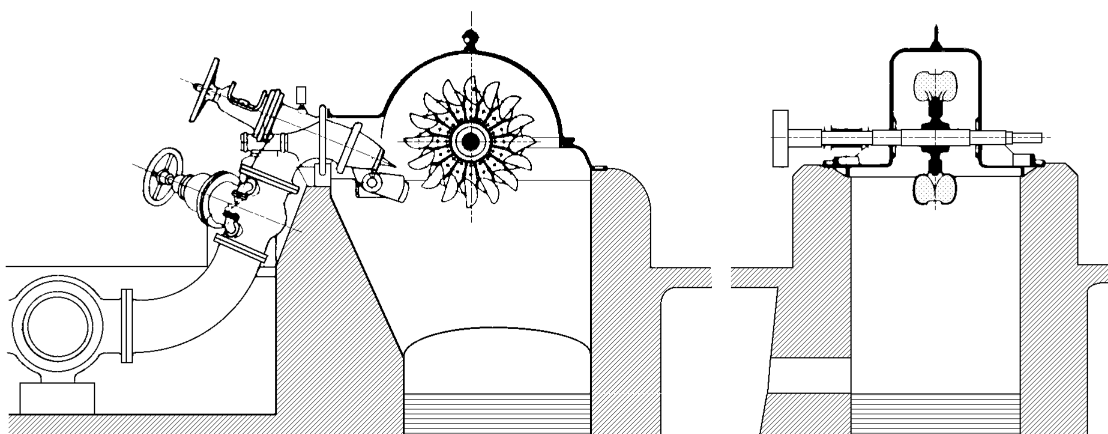


Fig III.1.- Turbina Pelton

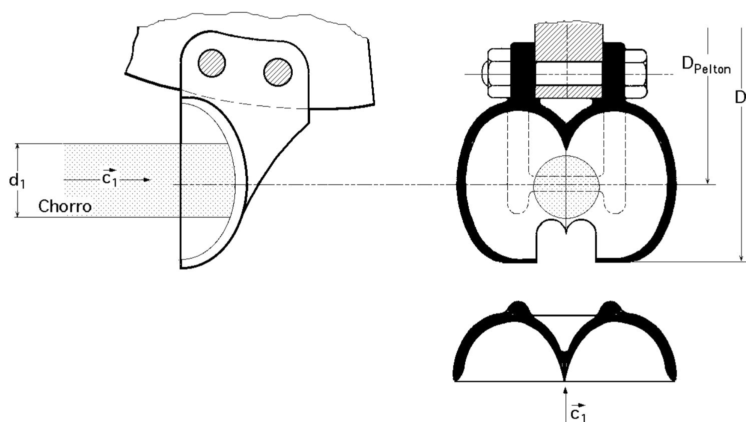


Fig III.2.- Forma de la cazoleta

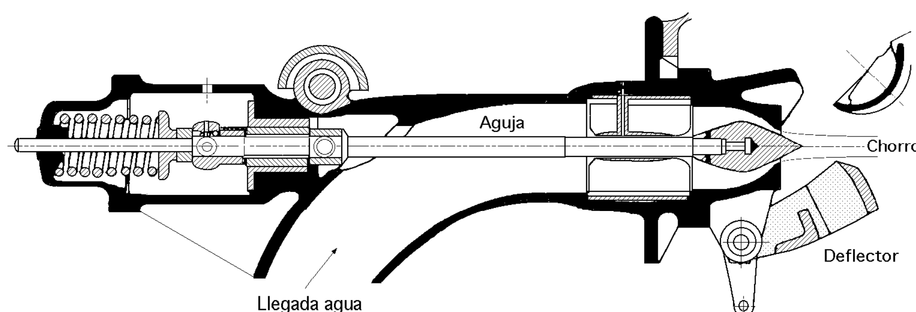


Fig III.3.- Inyector

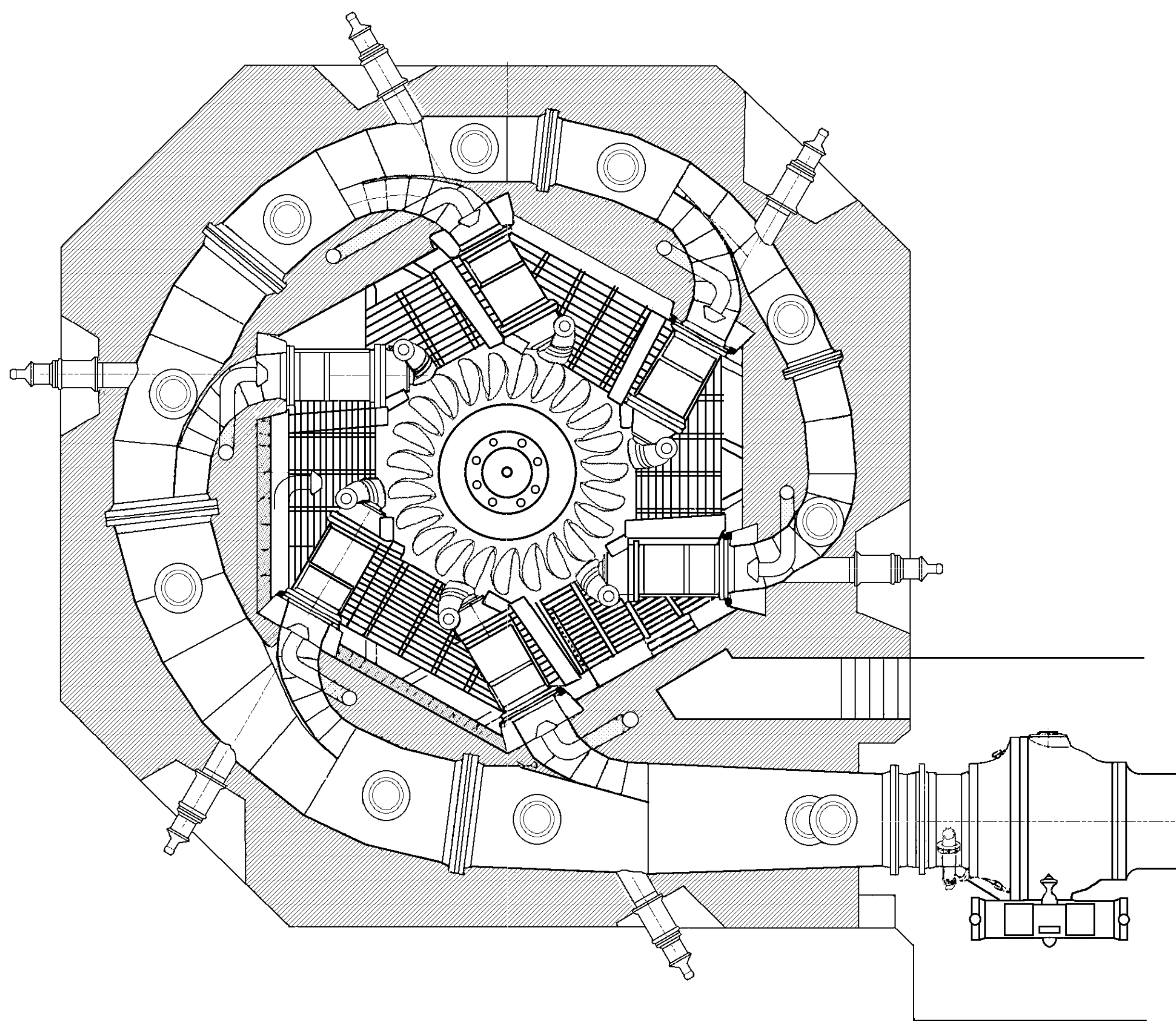


Fig III.4.- Turbina Pelton de 6 inyectores

El hecho de sustituir un número de inyectores de unas dimensiones determinadas, por un mayor número de inyectores de dimensiones más pequeñas, permite construir turbinas de mayor diámetro, girando a una velocidad mayor; sin embargo no se deben sobrepasar ciertos límites impuestos por la necesidad de evacuar el agua convenientemente, así como la fatiga del material de las cucharas sometidas a esfuerzos repetidos, tanto más frecuentes cuanto mayor sea el número de chorros.

REGULACIÓN.- Para mantener constante la velocidad de la turbina, el caudal inyectado tiene que adaptarse en cada instante al valor de la carga, por lo que la posición del inyector se ajusta mediante un regulador que actúa según la velocidad de la turbina y en el caso más general, en forma automática, Fig III.5.

Si se supone que la turbina se ha acelerado, el regulador 7 levantará la válvula 1 y el aceite a presión entrará en el cilindro grande haciendo bajar el émbolo 8, con lo que la palanca 2 bajará y el deflector 6 cortará al chorro desviando una parte del mismo.

El punzón 5 que estaba retenido por la palanca 2 no avanza solidariamente con ésta, debido al huelgo de la hendidura 3, sino que es empujado lentamente por el agua a presión que pasa por un orificio estrecho, señalado en la figura y que actúa sobre el émbolo 4. El punzón en su avance llega a encontrarse con el tope inferior de la hendidura 3 que le impide seguir cerrando la salida del inyector. Si sobreviene una carga brusca, el émbolo 8 actuará en sentido contrario, tirando rápidamente de la aguja 5 hacia atrás y llevando, simultáneamente, el deflector a su posición primitiva.

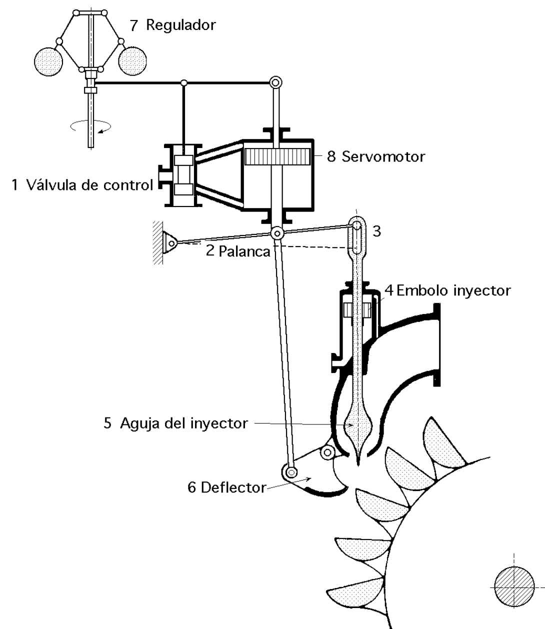


Fig III.5.- Regulador simple

Cuando se utilizan grandes caudales de agua y se emplee un solo inyector, las cazoletas resultan muy grandes y pesadas; también se encuentra el inconveniente de que toda la fuerza tangencial se ejerce en un solo punto de la rueda, lo que representa un desequilibrio dinámico.

En consecuencia conviene hacer el montaje de dos o mas inyectores cuando el caudal lo requiera, por lo que las cazoletas estarán menos cargadas y, por lo tanto, serán más pequeñas.

El par motor se distribuye más uniformemente sobre la periferia de la rueda, aumenta el número específico de revoluciones en $\sqrt{z}$ y a igualdad de diámetro del rodete la turbina adquiere una velocidad angular mayor.

III.2.- SALTO NETO

Salto neto en la Turbina Pelton de un inyector.- En el caso de un solo inyector y eje de la turbina horizontal, si se considera la zona comprendida desde inmediatamente antes del inyector, punto A de la Fig III.6, hasta el punto de tangencia del chorro con la circunferencia media de la rueda, punto A_1, de acuerdo con la definición dada de salto neto, se tiene:

$$H_n = \frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0'}{\gamma} + z_0' - z_a = \left| \frac{p_0'}{\gamma} + z_0' = \frac{p_0}{\gamma} + z_0 \right| = \frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 - z_a$$

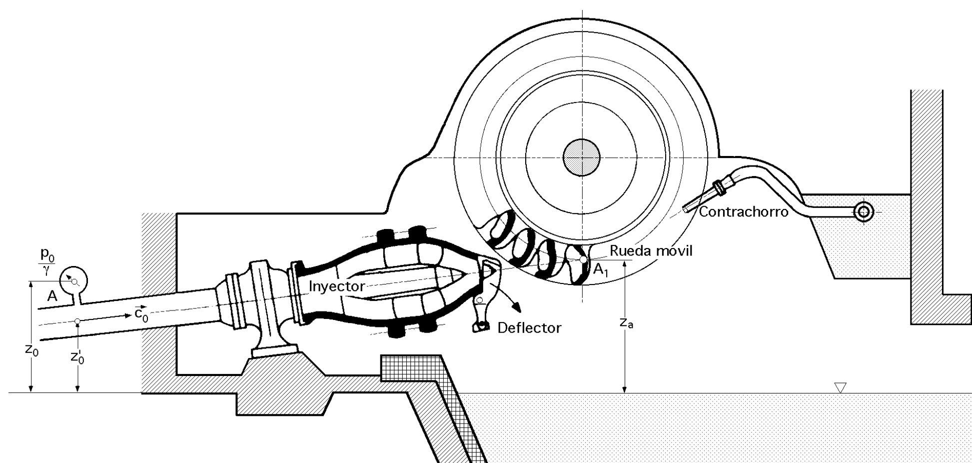


Fig III.6.- Turbina Pelton de un inyector

Salto neto en la turbina Pelton de varios inyectores.- Si por ejemplo se considera que la turbina tiene dos inyectores, Fig III.7, de diferentes características que proporcionan los caudales Q_1 y Q_2, (caso poco frecuente), el estudio se puede hacer como si el conjunto constase de dos turbinas, para los respectivos caudales Q_1 y Q_2, saltos correspondientes H_{n1} y H_{n2}, y potencias respectivas N_{n1} y N_{n2}, de la forma:

$$H_{n1} = \frac{c_{01}^2}{2g} + \frac{p_{01}}{\gamma} + z_{01} - z_{a1} \quad ; \quad N_{n1} = \gamma\, Q_1 H_{n1}$$

$$H_{n2} = \frac{c_{02}^2}{2g} + \frac{p_{02}}{\gamma} + z_{02} - z_{a2} \quad ; \quad N_{n2} = \gamma\, Q_2 H_{n2}$$

$$N_n = \gamma\, Q_1 H_{n1} + \gamma\, Q_2 H_{n2} = \gamma\, Q_1 \left(\frac{c_{01}^2}{2g} + \frac{p_{01}}{\gamma} + z_{01} - z_{a1}\right) + \gamma\, Q_2 \left(\frac{c_{02}^2}{2g} + \frac{p_{02}}{\gamma} + z_{02} - z_{a2}\right)$$

En este caso se puede tomar como salto neto el salto neto promediado H_n, que es el que tendría una turbina de un solo inyector que con el caudal total, $Q = Q_1 + Q_2$, diese la misma potencia, es decir:

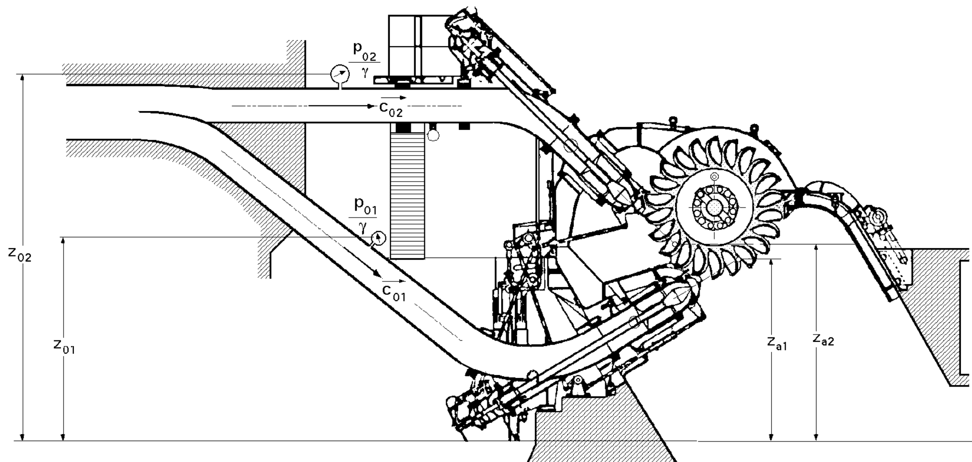


Fig III.7.- Turbina Pelton de dos inyectores

$$\gamma\, Q_1\, H_{n1} + \gamma\, Q_2\, H_{n2} = \gamma\,(Q_1 + Q_2)\, H_n = \gamma\, Q\, H_n$$

$$H_n = \frac{Q_1\left(\frac{c_{01}^2}{2g} + \frac{p_{01}}{\gamma} + z_{01} - z_{a1}\right) + Q_2\left(\frac{c_{02}^2}{2g} + \frac{p_{02}}{\gamma} + z_{02} - z_{a2}\right)}{Q_1 + Q_2} = \frac{Q_1\, H_{n1} + Q_2\, H_{n2}}{Q}$$

que se puede ampliar fácilmente para una turbina de eje horizontal y cualquier número de inyectores. Si la turbina fuese de eje vertical, las expresiones se simplifican, $(H_{n1} = H_{n2} = \dots)$, sobre todo, en el caso de tener los inyectores la misma sección, $(Q_1 = Q_2 = \dots)$, caso cada día más frecuente.

III.3.- TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES

En la turbina Pelton, el chorro con velocidad absoluta $\vec{c}_1$ golpea simétricamente a la arista mediana de la cazoleta, dividiéndose en dos partes iguales y deslizándose sobre las dos mitades de la misma, saliendo desviados con una velocidad relativa $(w_2 = \psi\, w_1)$ y ángulo de salida $\beta_2 = 180º$.

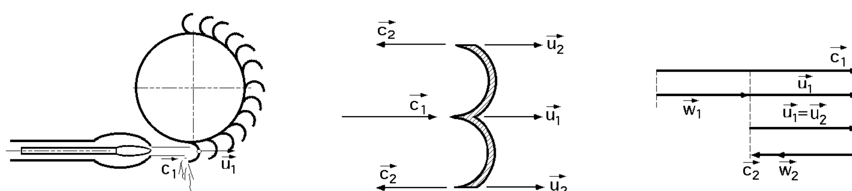


Fig III.8.- Triángulos de velocidades

En la práctica, el ángulo a la entrada del rodete $\beta_1 = 0º$, aunque se desprecie la componente de choque motivada por tal circunstancia; los diámetros de la rueda a la entrada y salida son iguales, por lo que las velocidades $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ también lo serán.

Si: $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 180º$, las velocidades $\vec{c}_1$ y $\vec{u}_1$ están en la misma dirección, al igual que $\vec{c}_2$ y $\vec{u}_2$, deduciéndose que:

$$c_1 = c_{1n} \;;\quad c_2 = c_{2n} \ll$$

Como: $p_1 = p_{atm} \Rightarrow \begin{cases} c_{1t} = \sqrt{2\,g\,H_d} = \sqrt{2\,g\,H_n} \text{ (sin rozamiento en el inyector)} \\ c_1 = \varphi_1\,c_{1t} = \varphi_1\,\sqrt{2\,g\,H_d} = \varphi_1\,\sqrt{2\,g\,H_n} \text{ (con rozamiento en el inyector)} \end{cases}$

la altura de carga del distribuidor se utiliza íntegramente en producir la velocidad de entrada c_1.

A su vez: $c_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2\,u_2 w_2 \cos\beta_2 = w_2^2 + u_2^2 + 2\,w_2 u_2 - 2\,w_2 u_2 - 2\,u_2 w_2 \cos\beta_2 =$

$$= (w_2 - u_2)^2 + 2\,w_2 u_2\,(1 - \cos\beta_2) = (w_2 - u_2)^2 + 4\,w_2 u_2\,\text{sen}^2\frac{\beta_2}{2} = \left\{w_2 \approx u_2\right\} = 4\,u_2^2\,\text{sen}^2\frac{\beta_2}{2}$$

por lo que: $c_2 = 2\,u_2\,\text{sen}\,\dfrac{\beta_2}{2}$

RENDIMIENTO MÁXIMO, para $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 180º$

$$\left.\begin{array}{l} c_1 = u_1 + w_1 \\ c_2 = u_2 - w_2 = u_1 - \psi\,w_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} c_1 - c_2 = w_1(1 + \psi) = (c_1 - u_1)(1 + \psi) \\ \varphi_1 - \varphi_2 = \lambda_1(1 + \psi) = (\varphi_1 - \xi_1)(1 + \psi) \end{array}\right.$$

$$\eta_{hid} = \frac{c_1 u_1 \cos\alpha_1 - c_2 u_2 \cos\alpha_2}{g\,H_n} = \left|\begin{array}{l} \alpha_1 = 0º \;;\; \alpha_2 = 180º \\ \xi_1 = \xi_2 \end{array}\right| = 2\,\xi_1(\varphi_1 - \varphi_2) = 2\,\xi_1(\varphi_1 - \xi_1)(1 + \psi) =$$
$$= 2\,(\xi_1\varphi_1 - \xi_1^2)(1 + \psi)$$

siendo la condición de rendimiento hidráulico máximo teórico:

$$\frac{\partial\eta_{hid}}{\partial\xi_1} = 2\,(\varphi_1 - 2\,\xi_1)(1 + \psi) = 0 \;\Rightarrow\; \xi_1 = \frac{\varphi_1}{2} \;;\; u_1 = \frac{c_1}{2} \;;\; \frac{u_1}{c_1} = 0{,}5$$

resultando: $\eta_{hid\,máx} = 2\,(\xi_1\varphi_1 - \xi_1^2)(1 + \psi) = 2\left(\dfrac{\varphi_1^2}{2} - \dfrac{\varphi_1^2}{4}\right)(1 + \psi) = \dfrac{\varphi_1^2}{2}\,(1 + \psi)$

En la práctica la relación cinemática es menor:

$$c_1 = \varphi_1\,\sqrt{2\,g\,H_n} = \left|H_n = \frac{c_1\,u_1\,\cos\alpha_1}{g\,\eta_{hid\,máx}}\right| = \varphi_1\,\sqrt{2\,\frac{c_1\,u_1\,\cos\alpha_1}{\eta_{hid\,máx}}} \;\Rightarrow\; \frac{u_1}{c_1} = \frac{\eta_{hid\,máx}}{2\,\varphi_1^2\,\cos\alpha_1} < 0{,}5$$

y dado que el salto H_n es fijo y $\vec{c}_1$ conocida, parece interesante determinar la velocidad tangencial $\vec{u}_1$ de la rueda que proporciona el nº de rpm correspondiente al rendimiento máximo.

Las pérdidas en el inyector son: $h_d = \dfrac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2\,g} = \dfrac{\dfrac{c_1^2}{\varphi_1^2} - c_1^2}{2\,g} = \dfrac{c_1^2(1 - \varphi_1^2)}{2\,g\,\varphi_1^2} = H_n(1 - \varphi_1^2) = H_n - \dfrac{c_1^2}{2\,g}$

Para reducir las pérdidas a la salida de la turbina, los valores de la velocidad relativa w_2 y circunferencial u_2 deberían estar muy próximas y ser el ángulo constructivo β_2 de los álabes muy pequeño.

Relación entre el diámetro de la rueda D el diámetro del chorro d y el nº específico de revoluciones n_s para la turbina Pelton de un inyector.- Sustituyendo en n_s los valores del caudal, potencia y número de revoluciones, se obtiene:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| \begin{array}{l} Q = \dfrac{\pi d^2}{4} c_1 = \dfrac{\pi d^2}{4} \varphi_1 \sqrt{2 g H_n} = 3{,}477\ \varphi_1 d^2 \sqrt{H_n} \\ N = \dfrac{\gamma Q H_n \eta}{75} = \dfrac{\gamma \pi d^2 \varphi_1 \sqrt{2 g}\, H_n^{3/2} \eta}{300} = 46{,}36\ d^2 \varphi_1 H_n^{3/2} \eta \\ u_1 = \xi_1 \sqrt{2 g H_n} = \dfrac{\pi D n}{60} \ ;\ n = \dfrac{60\ \xi_1 \sqrt{2 g H_n}}{\pi D} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{60\ \xi_1 \sqrt{2 g H_n}}{\pi D} \frac{1}{H_n^{5/4}} \sqrt{\frac{\gamma \pi d^2 \varphi_1 \sqrt{2 g}\, H_n^{3/2} \eta}{300}} = 18{,}21\ \xi_1 \sqrt{\eta \varphi_1 \gamma}\ \frac{d}{D}$$

Para el caso del agua: $\gamma = 1000\ kg/m^3 \Rightarrow n_s = 575{,}8\ \xi_1 \sqrt{\eta \varphi_1}\ (\frac{d}{D})$

En la práctica si se toman valores medios: $\eta = 0{,}825\ ;\ \xi_1 = 0{,}48\ ;\ \varphi_1 = 0{,}98 \Rightarrow n_s \cong 248\ \frac{d}{D}$

que es un resultado más que suficiente para empezar a diseñar.

De acuerdo con lo visto, n_s sólo puede variar con $\frac{d}{D}$ por cuanto φ_1 viene impuesto por un salto dado H_n y ξ_1 por la condición de rendimiento máximo $\eta_{máx}$. La relación $\frac{d}{D}$ viene limitada por razones de índole constructiva.

Si es pequeña, se tendría una rueda de gran diámetro con un chorro de pequeño diámetro, por lo que las cucharas serían muy pequeñas y al ser el chorro tan fino la potencia sería pequeña, por lo que al tener que mover una gran rueda y vencer grandes rozamientos, debido al peso del rodete, se obtendrían rendimientos muy bajos, que harían inutilizable la turbina.

Por el contrario, si $\frac{d}{D}$ es muy grande, implicaría cucharas muy grandes, por cuanto deberían recibir un chorro de gran diámetro en comparación con el de la rueda, presentándose dificultades inherentes al tamaño de las cucharas, que harían impracticable la turbina.

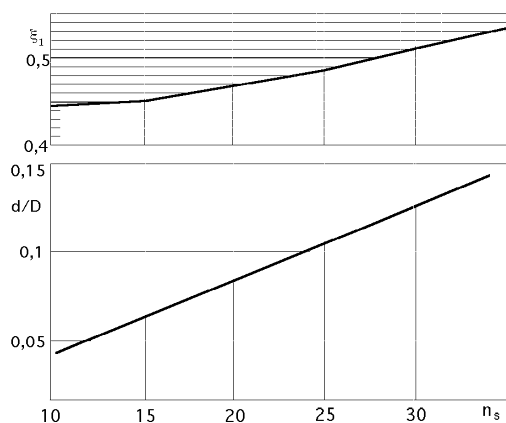


Fig III.9.- Valores de d/D, y ξ_1 en función de n_s

Experimentalmente se ha comprobado que los valores $\frac{d}{D}$ tienen que estar comprendidos entre los límites siguientes:

$$\frac{1}{200} < \frac{d}{D} < \frac{1}{7}$$

que se corresponden con: $1{,}23 < n_s < 35$, aunque en la práctica en turbinas Pelton de un inyector se acepta: $5 < n_s < 30$.

Tabla III.1.- Parámetros de la turbina Pelton en función de la altura neta

Altura neta Hn m	300	400	500	750	1000
Nº esp. revoluciones n_s	30-26,5	28,5-25,5	22,5-16,5	15,5-12,5	10,5
Relación de diámetros, d/D	0,125-0,085	0,106-0,077	0,094-0,069	0,065-0,052	0,044
Nº de cazoletas x	17-20	18-21	18-23	24-28	27-31
Nº rev. reducido n_{11}	36,5-38,5	37-39	37,5-39,5	38-40	39,5
Caudal reducido Q_{11}	53-28,2	37,7-21,7	28,2-17,3	13,2-9,35	6,38

III.4.- CAZOLETAS

Las cazoletas, en las versiones más modernas, tienen forma de elipsoide; la arista que las divide en dos puede quedar al ras de los bordes de las mismas, o a veces se queda algo adentro, como se observa en la Fig III.10. Las medidas se adoptan en función del diámetro del chorro, siendo los valores más favorables:

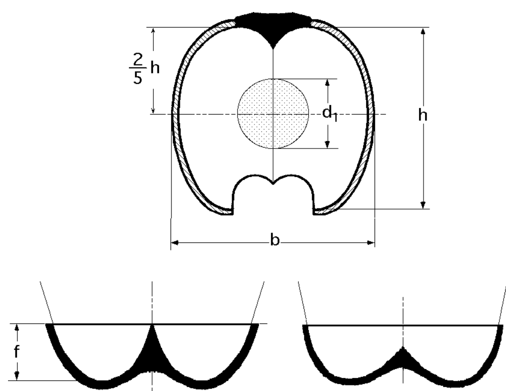


Fig III.10.- Forma de las cazoletas

Anchura de la cazoleta: b = 3,75 d

Altura de la cazoleta: h = 3,50 d

Profundidad de la cazoleta: f = 1,50 d

Las cazoletas no se colocan exactamente en sentido radial, sino en forma tal que el chorro al alcanzar de lleno una de ellas, se halle perpendicular a la arista de la misma, quedando separada la cazoleta del inyector el mínimo que permita la construcción, atacándola el chorro lo más cerca posible de la corona del rodete, para que las pérdidas a la salida resulten más pequeñas, haciendo que la circunferencia tangente al chorro (circunferencia Pelton), corte a las cazoletas a $\frac{2h}{5}$ medido desde el interior. Las cazoletas tienen que ir dispuestas de tal forma, que su separación no permita que se pierda agua, es decir, cuando el chorro abandone una, debe encontrarse con la siguiente, Fig III.11.

La cazoleta en la posición (a) entra en contacto con el agua, en la (b) está en un punto intermedio, de forma que capta una parte del chorro, y en la (c) capta todo el chorro. El tiempo que tardaría una partícula ficticia de agua en recorrer el espacio (AF) sería el mismo que tardaría el borde de la cazoleta en recorrer el espacio (AE), por lo que: $t = \frac{\overline{AF}}{c_1} = \frac{\widehat{AE}}{u}$

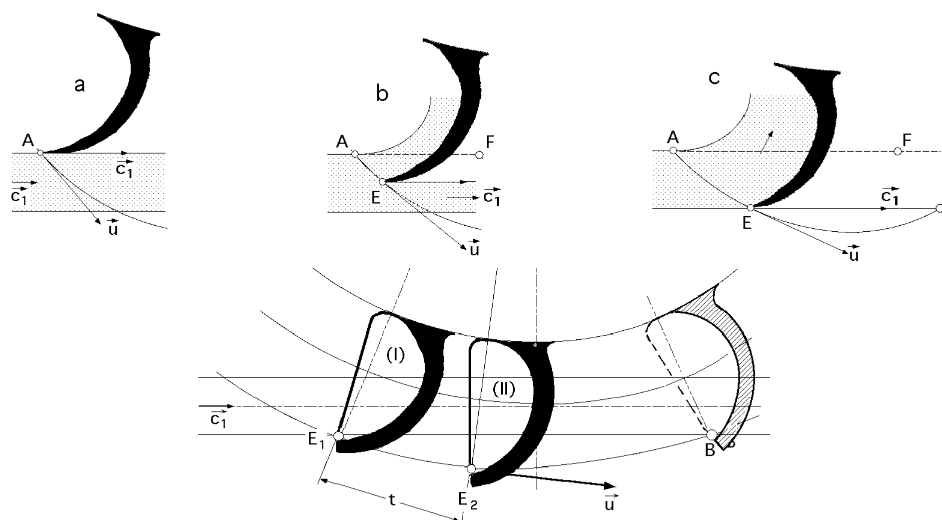


Fig III.11.- Separación entre cazoletas

Para que el filete líquido extremo que no es recogido por la cazoleta en E_1 pueda ser utilizado, tiene que alcanzar a la cazoleta siguiente E_2 separada de la E_1 por el paso ***t***.

En el caso límite en que el chorro encuentra a la cazoleta en el punto B, el chorro que tiene una velocidad $\vec{c}_1$ necesitaría recorrer el espacio $(\overline{E_1B})$, mientras que el borde de la cazoleta E_2 a la velocidad tangencial $\vec{u}$ debería recorrer el arco (E_2B), siendo el tiempo empleado en recorrer dichos espacios el mismo:

$$\text{Tiempo} = \frac{\overline{E_1B}}{c_1} = \frac{\overline{E_2B}}{u}$$

y en la construcción de los rodetes habrá que escoger un paso ***t*** atendiendo a esta circunstancia, de modo que, en lo posible, se cumpla:

$$\frac{\overline{E_1B}}{c_1} < \frac{\overline{E_2B}}{u}$$

El diámetro exterior de la rueda D_a incluyendo las cazoletas es: $D_a = D + 2\,\frac{3}{5}\,h = D + \frac{6}{5}\,h$

y si se elige un paso t_a igual a la altura ***h***, $(t_a \cong h)$, lo que se corresponde aproximadamente con los tipos normales, el número ***x*** de cazoletas es:

$$x = \frac{\pi D_a}{t_a} = (D + \frac{6}{5}\,h)\,\frac{\pi}{t_a}$$

debiéndose comprobar si el agua puede pasar de una cazoleta a otra sin ser utilizada.

Tabla III.2.- Nº de cazoletas en función de n_s

Nº esp. revol. n_s	4	6	8	10	12	14	18	22	26	32
Nº de cazoletas x	40	37	34	30	28	26	22	20	17	15

Una fórmula empírica (Zaygun) permite obtener aproximadamente el número de cazoletas:

$x = 15 + \frac{D}{2\,d}$, válida en el intervalo: $6{,}5 > \frac{D}{d} > 5$

FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE LAS CAZOLETAS.- Si se supone que el rodete se para durante un instante, (o en el instante del arranque), una cazoleta recibe el chorro de agua en choque directo; la fuerza tangencial F que éste ejerce sobre la cazoleta es:

$$F = \frac{\gamma Q}{g}\,(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = \left|\, \alpha_1 = 0\ ;\ c_2 \rightarrow 0 \,\right| = \frac{\gamma Q\, c_1}{g} \Rightarrow C_{arranque} = \frac{\gamma Q\, c_1}{g}\,\frac{D_p}{2}$$

mientras que si la turbina está en movimiento, la fuerza a que están sometidas las cazoletas de un modo constante, incluso en forma de choques, es:

$$X = \frac{\gamma Q}{g}\,(w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2) = \left|\begin{array}{l} w_2 = \psi\, w_1 \\ \beta_1 = 0º\ ;\ \beta_2 = 180º \end{array}\right| = \frac{\gamma Q\, w_1 (1 + \psi)}{g} = \frac{\gamma Q\,(c_1 - u_1)(1 + \psi)}{g}$$

viniendo Q influenciado por el η_{vol}.

La potencia generada es: $N_{ef} = \dfrac{\gamma Q\,(c_1 - u_1)(1 + \psi)}{g}\,u_1$

El par motor es: $C = \frac{N}{w} = \frac{N_{ef}}{w}\,\eta_{mec} = F\,\frac{D_p}{2}\,\eta_{mec} = \frac{\gamma\,Q\,(c_1 - u_1)\,(1 + \psi)}{g}\,\frac{D_p}{2}\,\eta_{mec}$

y se comprueba que el par de arranque, para $(u_1 = 0\ ;\ \psi = 0)$, es: $C_{arranque} = \frac{\gamma\,Q\,D_p}{2\,g}\,c_1\,\eta_{mec}$

La fuerza radial centrífuga es considerablemente mayor que la fuerza tangencial F, alcanzando su valor máximo cuando la turbina se embala, es decir, cuando su número de revoluciones sube a 1,8 veces el de régimen. En esta situación, si el peso de cada cazoleta es G, con $(n_{emb} = 1{,}8\,n)$ la fuerza radial centrífuga por cazoleta es:

$$F_{cent.\ para\ n_{emb}} = \frac{G}{g}\,\frac{u_{emb}^2}{R_p} = \frac{G\,R_p\,w_{emb}^2}{g} = \frac{G\,R_p\,(\pi\,n_{emb})^2}{900\,g} = \frac{G\,R_p\,(1{,}8\,\pi\,n)^2}{900\,g} = 0{,}001813\,G\,D_p n^2\ \text{kg}$$

que es bastante mayor que F y que ha de ser contrarrestada por la resistencia a la cortadura del sistema de sujeción de la cazoleta a la rueda.

III.5.- CURVAS CARACTERÍSTICAS CON SALTO CONSTANTE

Si las turbinas Pelton funcionan prácticamente con una altura de salto constante, las características de caudal, potencia, par y rendimiento, se pueden poner en función del ***número de revoluciones n***, o lo que es lo mismo, en función de ξ_1, es decir:

$$u_1 = \xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = \frac{\pi\,D\,n}{60}\quad ;\quad n = \frac{60}{\pi\,D}\,\xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n}$$

Para el caudal, si H_n es constante, la velocidad del chorro $c_1 = \varphi_1 \sqrt{2\,g\,H_n}$ será también constante; para una determinada abertura del inyector correspondiente a una posición, x = Cte, de la aguja se tiene un chorro de sección: $\Omega = \frac{\pi\,d^2}{4}$, por lo que:

$$Q = \Omega\,c_1 = \Omega\,\varphi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = \frac{\pi\,d^2}{4}\,\varphi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = 3{,}477\,\varphi_1\,d^2 \sqrt{H_n} = \text{Cte}$$

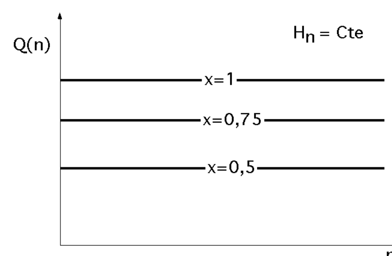


Fig III.12 .- Curvas Q(n) para diversos grados de apertura x

Para la ***potencia*** resulta:

$$N = \frac{\gamma\,Q\,H_n\,\eta}{75} = \left|\,\eta_{hid} = 2\,\xi_1\,(\varphi_1 - \xi_1)\,(1 + \psi)\,\right| = \frac{2\,\gamma\,Q\,H_n}{75}\,\xi_1\,(\varphi_1 - \xi_1)\,(1 + \psi)\,\eta_{mec} =$$

$$= \frac{2\,\gamma\,Q\,H_n}{75}\,\varphi_1^2 \left\{\frac{\xi_1}{\varphi_1} - \left(\frac{\xi_1}{\varphi_1}\right)^2\right\}(1 + \psi)\,\eta_{mec}$$

Para H_n = Cte, el caudal es constante para una determinada abertura del inyector x = Cte y, por lo tanto, la ecuación anterior es una parábola que pasa por el origen, Fig III.13, y por el punto definido por: $\frac{\xi_1}{\varphi_1} = 1$. En este punto ($c_1 = u_1$) y la velocidad relativa ($w_1 = c_1 - u$) será nula, no empujando el agua a la cazoleta (velocidad de embalamiento).

La potencia máxima se obtiene para: $\frac{\xi_1}{\varphi_1} = \frac{\eta_h}{2\,\varphi_1^2}$, y teóricamente, para: $\frac{\xi_1}{\varphi_1} = 0{,}5$.

De las curvas se desprende que los valores máximos para admisión total o parcial se corresponden para un mismo valor de la abscisa.

Para el ***rendimiento hidráulico*** se tiene: $\eta_{hid} = 2\,(\varphi_1\,\xi_1 - \xi_1^2)\,(1 + \psi) = 2\,\varphi_1^2\,\{\frac{\xi_1}{\varphi_1} - (\frac{\xi_1}{\varphi_1})^2\}\,(1 + \psi)$

que es una parábola que pasa por el origen y por el punto $\frac{\xi_1}{\varphi_1} = 1$ con un máximo teórico para $\frac{\xi_1}{\varphi_1} = 0{,}5$

Para el ***par motor*** se tiene: $C = \frac{30\ N}{\pi\,n} = \frac{30}{\pi}\,\frac{\frac{2\,\gamma\,Q\,H_n}{75}\,(\varphi_1\,\xi_1 - \xi_1^2)\,(1 + \psi)}{\frac{60\,\xi_1\sqrt{2\,g\,H_n}}{\pi\,D}}\,\eta_{mec} =$

$$= 0{,}003\ Q\,\sqrt{H_n}\,D\,\varphi_1\,(1 - \frac{\xi_1}{\varphi_1})\,(1 + \psi)\,\eta_{mec} = B\,(1 - \frac{\xi_1}{\varphi_1})$$

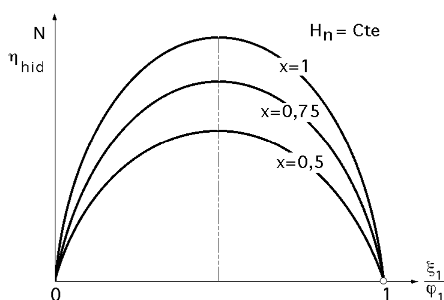


Fig III.13.- Curvas de potencia y rendimiento

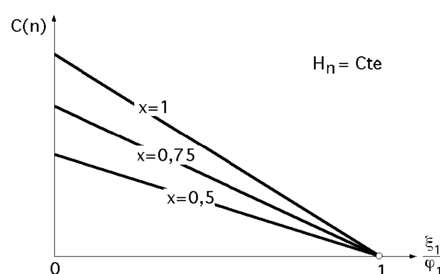


Fig III.14.- Curvas de par motor

que es la ecuación de una recta que se corresponde con una determinada apertura del inyector.

El par de arranque es: $C_{arranque} = 0{,}003\ Q\,\sqrt{H_n}\,D\,\varphi_1\,(1 + \psi)\,\eta_{mec}$

Para diversas aperturas se obtienen una serie de rectas que tienen en común el punto $\frac{\xi_1}{\varphi_1} = 1$, es decir, la velocidad periférica del rodete es igual a la velocidad del chorro ($u = c_1$), o lo que es lo mismo, la velocidad de embalamiento u_{emb}, aunque en la práctica ésta es algo menor.

El par, potencia y rendimiento, se anulan simultáneamente para la velocidad de embalamiento, (punto de ordenada nula).

Las curvas C(n) son de gran interés para el estudio de la regulación y el acoplamiento mecánico de la turbina y el alternador. La ordenada en el origen es el par de arranque y su valor es, aproximadamente, el doble que el de régimen, lo que permite el arranque en carga cuando el par resistente en el arranque es mayor que el de régimen.

III.5.- TURBINA PELTON UNIDAD

FORMULAS DE SEMEJANZA.- Si se considera una turbina Pelton unidad en la que:

$$H_{n_{11}} = 1\ m\ ;\ D_{2_{(11)}} = D_{1_{(11)}} = D_{11} = 1\ m$$

y una turbina semejante de diámetro D, la relación de semejanza es: $\lambda = \dfrac{D}{D_{11}} = D$, y las fórmulas de semejanza se pueden poner en la forma:

$$\sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = \frac{n\,D}{n_{11}\,D_{11}} = \frac{n}{n_{11}}\,\lambda\ ;\quad n_{11} = \frac{n\,\lambda}{\sqrt{H_n}} = \frac{n\,D}{\sqrt{H_n}}\ ;\quad n = n_{11}\frac{\sqrt{H_n}}{D}$$

$$Q = Q_{11}\,D^2\sqrt{H_n}\ ;\quad Q_{11} = \frac{Q}{D^2\sqrt{H_n}}\ ;\quad N_{11} = \frac{N}{D^2\sqrt{H_n^3}}\ ;\quad C_{11} = \frac{C}{D^3 H_n}$$

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{n_{11}\sqrt{H_n}}{D}\sqrt{N_{11}}\ D\,H_n^{3/4}\,\frac{1}{H_n^{5/4}} = n_{11}\sqrt{N_{11}}\ \Rightarrow\ n_{11} = \frac{n_s}{\sqrt{N_{11}}} = \frac{n\,D}{\sqrt{H_n}}$$

Para los distintos valores del grado de apertura ***x*** del inyector se obtienen diversas familias de curvas, Fig III.15.

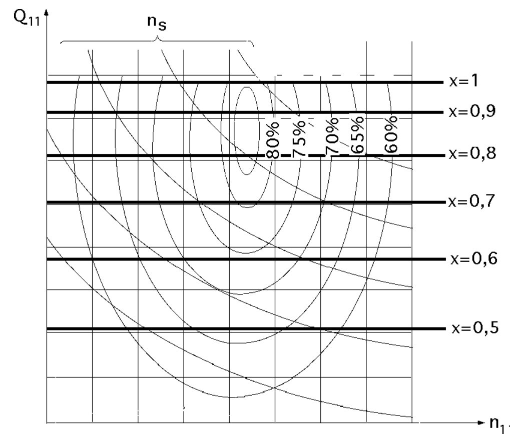


Fig III.13.- Curvas características de caudal

CAUDALES.- Para los caudales:

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2\sqrt{H_n}} = \left|\ Q = 3{,}477\ \varphi_1 d^2\sqrt{H_n}\ \right| = 3{,}477\ \varphi_1\frac{d^2}{D^2}$$

que son rectas paralelas al eje de abscisas, como ya sabíamos, Fig III.15, por cuanto son independientes de n_{11}, y constantes para cada tipo de turbina, y grado de apertura del inyector. Intervalos iguales de ***x*** decrecientes se traducen en intervalos crecientes de la ordenada en el origen.

PAR MOTOR.- Para el par motor:

$$C_{11} = \frac{C}{H_n D^3} = \left|\begin{matrix} Q = 3{,}477\ \varphi_1 d^2\sqrt{H_n}\ ;\quad n = n_{11}\dfrac{\sqrt{H_n}}{D} \\ C = \dfrac{\gamma\,Q\,(c_1 - u_1)(1 + \psi)}{g}\,\dfrac{D}{2}\,\eta_{mec} \end{matrix}\right| = \frac{\dfrac{\gamma\,Q\,(c_1 - u_1)(1 + \psi)}{g}\,\dfrac{D}{2}\,\eta_{mec}}{H_n D^3} =$$

$$= \frac{\gamma\ 3{,}477\ \varphi_1 d^2 \sqrt{H_n}\ (c_1 - u_1)(1 + \psi)\ \eta_{mec}}{2\ g\ H_n D^2} = \frac{\gamma\ 3{,}477\ \varphi_1 d^2 \sqrt{H_n}\ (\varphi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} - \frac{D\ \pi\ n}{60})(1 + \psi)\ \eta_{mec}}{2\ g\ H_n D^2} =$$

$$= \frac{\gamma\ 3{,}477\ \varphi_1 d^2 \sqrt{H_n}\ (\varphi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} - \frac{D\ \pi\ n_{11} \frac{\sqrt{H_n}}{D}}{60})(1 + \psi)\ \eta_{mec}}{2\ g\ H_n D^2} = \frac{177{,}4\ \varphi_1\ d^2}{D^2}\ (\varphi_1 \sqrt{2\ g} - \frac{\pi\ n_{11}}{60})(1 + \psi)\ \eta_{mec} =$$

$$= (\frac{785{,}4\ \varphi_1^2\ d^2}{D^2} - \frac{9{,}28\ \varphi_1\ d^2}{D^2}\ n_{11})(1 + \psi)\ \eta_{mec} = A^* - B^* n_{11}$$

El par de arranque es el valor máximo del par: $C_{11(máx)} = \frac{785{,}4\ \varphi_1^2 d^2}{D^2}\ (1 + \psi)$

El par motor C_{11} = 0 para la velocidad de embalamiento ($u_{11} = c_{11}$):

$$c_{11} = u_{11} = \frac{\pi\ D_{11}\ n_{11(emb)}}{60} \Rightarrow \varphi_1 \sqrt{2\ g} = \frac{\pi\ n_{11(emb)}}{60} \quad ; \quad n_{11(emb)} = \frac{60\ \varphi_1 \sqrt{2\ g}}{\pi} = 84{,}55\ \varphi_1$$

por lo que las rectas de mínima apertura presentan una velocidad de embalamiento más pequeña.

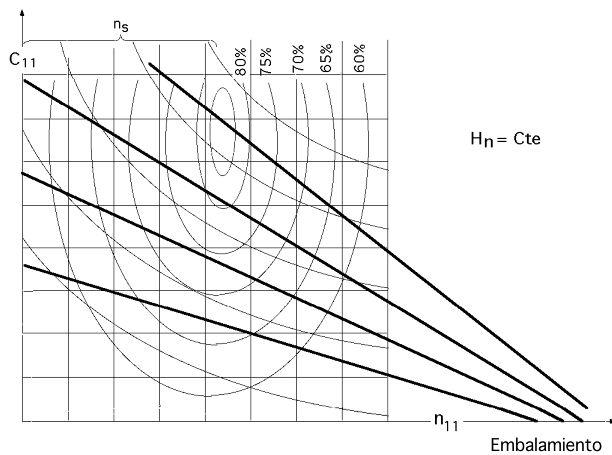


Fig III.16.- Curvas características de par motor

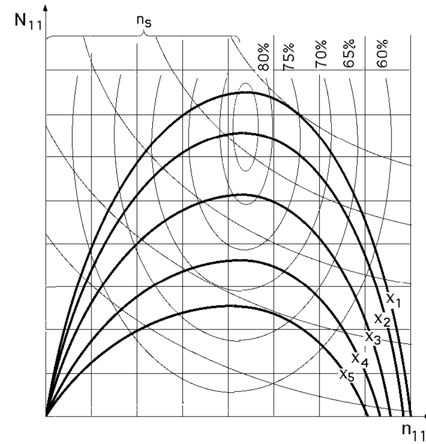


Fig III.17.- Curvas características de potencia

POTENCIA.- Para la potencia, con $\psi = 1$, se tiene:

$$N_{11} = C_{11} \frac{\pi\ n_{11}}{30} = (\frac{785{,}4\ \varphi_1^2\ d^2}{D^2} - \frac{9{,}28\ \varphi_1\ d^2}{D^2}\ n_{11})(1 + \psi)\ \eta_{mec} \frac{\pi\ n_{11}}{30} = A_1\ n_{11} - B_1\ n_{11}^2$$

siendo:
$$\begin{cases} A_1 = \frac{785{,}4\ \varphi_1^2\ d^2}{D^2}\ (1 + \psi)\ \eta_{mec} \frac{\pi}{30} = \frac{82{,}25\ \varphi_1^2\ d^2}{D^2} (1 + \psi)\ \eta_{mec} \\ B_1 = \frac{9{,}28\ \varphi_1\ d^2}{D^2}\ (1 + \psi)\ \eta_{mec} \frac{\pi}{30} = 0{,}97\ \varphi_1 \frac{d^2}{D^2}\ (1 + \psi)\ \eta_{mec} \end{cases}$$

El punto de potencia máxima se obtiene haciendo $\frac{dN_{11}}{dn_{11}} = 0$

$$A_1 - 2\ B_1\ n_{11} = 0 \ ; \ \frac{82{,}25\ \varphi_1^2\ d^2}{D^2}\ (1 + \psi)\ \eta_{mec} - 2 \times 0{,}97\ \varphi_1 \frac{d^2}{D^2} (1 + \psi)\ \eta_{mec}\ n_{11} = 0 \Rightarrow n_{11} = 42{,}4\ \varphi_1$$

válida para cualquier valor de ψ y que coincide con la mitad de la velocidad de embalamiento, desplazándose estos vértices hacia el origen a medida que disminuye el grado de apertura.

CURVAS DE IGUAL VELOCIDAD ESPECIFICA.- Las curvas de igual velocidad específica n_s son de la forma:

$$n_s = n_{11} \sqrt{N_{11}} = \sqrt{A_1\, n_{11}^3 - B_1\, n_{11}^4}$$

y su valor máximo se obtiene para: $3\, A_1 n_{11}^2 - 4\, B_1 n_{11}^3 = 0 \;\Rightarrow\; n_{11(máx)} = \dfrac{3\, A_1}{4\, B_1} = 63{,}23\, \varphi_1$

$$n_{s(máx)} = \sqrt{A_1\, n_{11(máx)}^3 - B_1\, n_{11(máx)}^4} = \sqrt{82{,}25\, \varphi_1^2 \frac{d^2}{D^2}\, n_{11(máx)}^3 - 0{,}97\, \varphi_1 \frac{d^2}{D^2}\, n_{11(máx)}^4}\, \sqrt{(1 + \psi)\, \eta_{mec}} =$$

$$= \sqrt{82{,}25\, \varphi_1^2 \frac{d^2}{D^2}\, (63{,}23\, \varphi_1)^2 - 0{,}97\, \varphi_1 \frac{d^2}{D^2}\, (63{,}23\, \varphi_1)^4}\, \sqrt{(1 + \psi)\, \eta_{mec}} = 570\, \sqrt{\varphi_1^5 (1 + \psi)\, \eta_{mec}}\, \frac{d}{D}$$

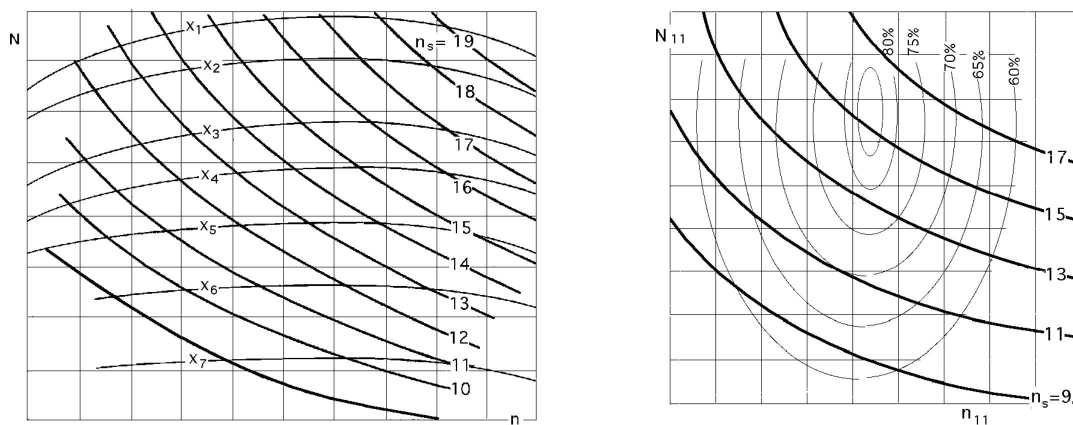


Fig III.18.- Curvas de igual velocidad específica

III.7.- COLINA DE RENDIMIENTOS

Las curvas características anteriormente estudiadas, determinan en cada uno de sus puntos un valor del rendimiento, cuya representación gráfica se obtiene mediante una serie de ordenadas perpendiculares a la curva característica; el conjunto de estas ordenadas proporciona unas superficies de rendimientos de la forma:

$$f(\eta, Q, n) = 0 \quad ; \quad F(\eta, C, n) = 0 \quad ; \quad \xi(\eta, N, n) = 0$$

que, a su vez, se pueden representar en los planos: (Q,n), (C,n) ó (N,n), mediante curvas de igual rendimiento, que no son otra cosa que las proyecciones, sobre dichos planos, de las sucesivas secciones originadas por la intersección de planos paralelos a las mismas de η = Cte, con las superficies de rendimientos correspondientes; las líneas de nivel, son líneas de igual rendimiento.

En la turbina Pelton, el punto de máximo rendimiento no se corresponde con la apertura completa del inyector, Fig III.15; si la velocidad es grande, el rendimiento disminuye debido a que parte del agua pasa por la turbina, escapándose del rodete sin producir ningún trabajo, haciendo que el rendimiento volumétrico disminuya rápidamente.

Esta disminución se hace mucho más ostensible a partir de un cierto valor de la velocidad, por cuanto el chorro podría llegar a incidir sobre el dorso de la pala, frenándola.

Dentro de los valores de apertura del inyector que mantienen un alto rendimiento del mismo, los rendimientos dependen sólo de la velocidad de giro, y vienen representados por líneas casi rectas, sensiblemente paralelas al eje de

ordenadas, dispuestas casi simétricamente respecto al punto de máximo rendimiento.

Para aperturas pequeñas del inyector, el rendimiento del mismo baja mucho por cuanto φ_1 es pequeño, cerrándose las curvas de igual rendimiento por su parte inferior. El rendimiento de la turbina Pelton cuando está poco afectada por la variación de potencia, es muy sensible a las variaciones de velocidad ***n***, confirmándose el trazado parabólico de las características de potencia para cada apertura y el trazado rectilíneo y vertical de las líneas de igual rendimiento, que se cierran por abajo para aperturas pequeñas.

En el caso que se expone en la Fig III.19, la colina de rendimientos presenta unas líneas paralelas al eje de ordenadas, deduciéndose de ésto que la turbina que funcione con velocidad n_{11} constante se acomoda mal a cualquier variación de la altura del salto, mientras que soportará bien fuertes variaciones de potencia y de caudal. Para poder trabajar con mayor comodidad, una vez seleccionada la velocidad de funcionamiento n_{11} se corta a la superficie de rendimientos por el plano correspondiente a esta velocidad, obteniéndose una gráfica (η, N_{11}) que permite conocer el comportamiento de la turbina trabajando con distintas cargas.

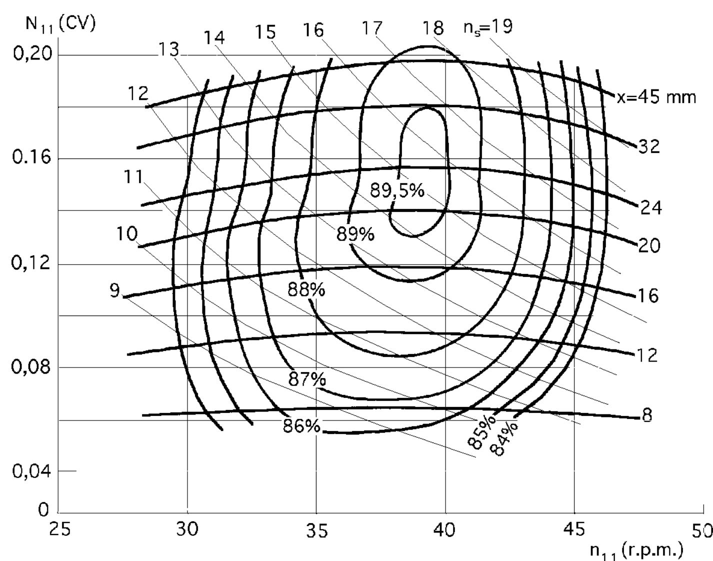


Fig III.19.- Colina de rendimientos

III.8.- RÉGIMEN TRANSITORIO

En el momento de apertura del inyector de la turbina Pelton, una cazoleta recibe el chorro de agua en choque directo; la fuerza que se ejerce sobre dicha cazoleta es:

$$F_0 = \frac{\gamma Q}{g} (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = \left| \alpha_1 = 0 \ ; \ c_2 \rightarrow 0 \right| = \frac{\gamma Q c_1}{g}$$

siendo α_1 el ángulo de ataque del chorro sobre la cazoleta y c_2 la velocidad de salida del agua.

Si la turbina está en movimiento:

$$F = \frac{\gamma Q}{g} (w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2) = \left| \begin{matrix} w_2 = \psi w_1 \\ \beta_1 = 0 \ ; \ \beta_2 \cong 180 \end{matrix} \right| = \frac{\gamma Q w_1}{g} (1 + \psi)$$

en la que de acuerdo con los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida de la turbina, β_1 y β_2 son ángulos constructivos de las cazoletas y w_1 y w_2 las velocidades relativas del agua a la entrada y salida; suponiendo que el coeficiente de reducción de velocidad $\psi = 1$, resulta:

$$F = \frac{2\gamma Q}{g}(c_1 - u_1)$$

Para calcular el par $C = C_m - C_r$, hay que tener en cuenta que éste varía con la velocidad angular ***w***, y es igual al producto de la fuerza media F que se ejerce por el chorro de agua sobre las cazoletas multiplicada por el radio Pelton R_p, en la forma:

$$F = \frac{2\gamma Q}{g}(c_1 - u_1) = \frac{2\gamma Q}{g}(c_1 - R_p w)$$

$$C = \frac{2\gamma Q}{g}(c_1 - R_p w)\, R_p = \frac{2\gamma Q R_p}{g}(c_1 - R_p w)$$

Cuando la turbina se embala el par motor es:

$$C = \frac{2\gamma Q R_p}{g}(c_1 - R_p\, w)_{emb} = \left| c_1 = R_p\, w_{emb} \right| = \frac{2\gamma Q R_p^2}{g}(w_{emb} - w) = I\,\frac{dw}{dt} = m\, r^2\,\frac{dw}{dt}$$

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2\gamma Q R_p^2}{g\, I}\, dt = \frac{2\gamma Q}{g\, M}\left(\frac{R_p}{r}\right)^2 dt$$

$$\ln \frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = -\frac{2\gamma Q}{g\, M}\left(\frac{R_p}{r}\right)^2 (t - t_0) = -\frac{2\gamma Q}{g\, M}\left(\frac{R_p}{r}\right)^2 t_{man}$$

$$\frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = \exp\left\{-\frac{2\gamma Q}{g\, M}\left(\frac{R_p}{r}\right)^2 (t - t_0)\right\} = \exp\left(-\frac{t - t_0}{k^*}\right) = \exp\left(-\frac{t_{man}}{k^*}\right)$$

siendo t_{man} el tiempo de maniobra y ***k**** una constante temporal de la forma:

$$k^* = \frac{g\, M}{2\gamma Q}\left(\frac{r}{R_p}\right)^2 = \frac{M}{2\rho Q}\left(\frac{r}{R_p}\right)^2$$

en las que w_0 es la velocidad angular de la turbina en régimen estacionario, tiempo t_0.

A título de ejemplo, vamos a considerar algunas situaciones en el funcionamiento de una turbina Pelton que utiliza un caudal nominal de $Q = 12\ m^3/seg$ y está conectada a un alternador, siendo $M = 200$ Tm la masa del grupo que tiene un radio de inercia: $r = 0{,}55\ R_p$.

a) Si se supone que la turbina está parada, se abren los inyectores y se forma un chorro igual al 10% del valor maximal, el tiempo de maniobra necesario para que la turbina adquiera la velocidad óptima de régimen es:

$$Q_1 = 0{,}1 \times 12\ (m^3/seg) = 1{,}2\ (m^3/seg)$$

Para ($t = t_0 = 0$) la velocidad angular es, a turbina parada, $w_0 = 0$

Para ($t = t$) la velocidad de embalamiento de una turbina Pelton es $1{,}8\ w_0$

$$k^* = \frac{M}{2\rho Q}\left(\frac{r}{R_p}\right)^2 = \frac{200000\ kg}{2 \times 1000\ (kg/m^3) \times 1{,}2\ (m^3/seg)}\ 0{,}55^2 = 25{,}25\ seg$$

El tiempo t_{man} que la turbina tardará en alcanzar la velocidad nominal con el inyector al 10% es:

$$\frac{w_{emb} - \frac{1}{1{,}8}\, w_{emb}}{w_{emb} - 0} = \exp\left(-\frac{t_{man}}{25{,}25}\right) = 0{,}4444 \Rightarrow t_{man} = 20{,}27\ seg$$

b) Si la turbina funciona a potencia maximal (régimen estacionario), y se produce una disfunción en la red que anula bruscamente el par resistente del alternador, el tiempo de maniobra $t_{man(1)}$ necesario para que la velocidad del grupo se incremente en un 25% se calcula haciendo las siguientes consideraciones:

La velocidad angular en régimen estacionario es: $w_0 = \frac{w_{emb}}{1,8}$

La velocidad angular con el 25% de sobrevelocidad en un tiempo t_1 es:

$$w_1 = 1,25\ w_0 = 1,25\ \frac{w_{emb}}{1,8} = 0,694\ w_{emb}$$

Tiempo $t_{man\ (1)}$ que la turbina tardará en alcanzar la sobrevelocidad del 25%:

$$k_1^* = \frac{M}{2\ \rho\ Q}\ (\frac{r}{R_p})^2 = \frac{200000\ kg}{2 \times 1000\ (kg/m^3) \times 12\ (m^3/seg)}\ 0,55^2 = 2,525\ seg$$

$$\frac{w_{emb} - 0,694\ w_{emb}}{w_{emb} - \frac{w_{emb}}{1,8}} = \exp\ (- \frac{t_{man\ (1)}}{2,525}) = 0,6885 \Rightarrow t_{man\ (1)} = 0,94\ seg$$

c) Si en el instante en que se alcanza el 25% de sobrevelocidad se inicia el cierre total de los inyectores, que dura $t_{man(2)}$ = 20 segundos, y suponiendo durante el cierre una variación lineal del caudal respecto del tiempo, el aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo se calcula teniendo en cuenta que el caudal ya no es constante, pasando a ser de la forma:

$$Q = Q_0 (1 - \frac{t}{t_{man(2)}}) = Q_0 (1 - \frac{t}{20})$$

quedando la ecuación del movimiento del grupo en la forma:

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2\ \rho\ Q\ R_p^2}{I}\ dt = \frac{2\ \rho\ Q}{M}\ (\frac{R_p}{r})^2\ dt = \frac{2\ \rho\ Q_0}{M}\ (\frac{R_p}{r})^2\ (1 - \frac{t}{t_{man(2)}})\ dt = (1 - \frac{t}{t_{man(2)}})\ \frac{dt}{k_2^*}$$

$$\int_w^{w_2} \frac{dw}{w_{emb} - w} = \ln\ \frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_1} = - (t - \frac{t^2}{2\ t_{man(2)}})\ \frac{1}{k_2^*}$$

Al cabo del tiempo de maniobra $t_{man(2)}$ se obtiene otra velocidad angular w_2, tal que:

$$\ln\ \frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - w_1} = - (t - \frac{t^2}{2\ t_2})_{t_{man\ (2)}}\ \frac{1}{k_2^*} = (t_{man(2)} - \frac{t_{man(2)}^2}{2\ t_{man(2)}})\ \frac{1}{k_2^*} = \frac{t_{man\ (2)}}{2\ k_2^*}$$

y sustituyendo los valores $t_{2man(2)}$ = 20 seg, k_2^* = 2,525 seg y $w_1 = 0,694\ w_{emb}$, resulta:

$$\ln\ \frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - w_1} = \ln\ \frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - 0,694\ w_{emb}} = - \frac{t_{man(2)}}{2\ k_2^*} = - \frac{20\ seg}{2 \times 2,525} = - 3,96$$

$$w_2 = 0,994\ w_{emb}$$

por lo que en esta situación el grupo adquiriría prácticamente la velocidad de embalamiento.

d) El tiempo de maniobra necesario para que la sobrevelocidad no sobrepasase el 50% de la velocidad de régimen se calcula en la forma:

Para $t_{man(3)}$ la velocidad angular es: $w_3 = 1,5\ \dfrac{w_{emb}}{1,8} = 0,833\ w_{emb}$

$$\ln \frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_1} = \ln \frac{w_{emb} - 0,833\ w_{emb}}{w_{emb} - 0,694\ w_{emb}} = -\ 0,606 = -\ \frac{t_{man(3)}}{2 \times 2,525} \Rightarrow t_{man(3)} = 3,06 \text{ seg}$$

No se puede cortar el caudal tan rápido por parte de los inyectores, bajo pena de provocar el golpe de ariete en el conducto de alimentación de los mismos, por lo que en este caso habrá que desviar el chorro mediante un deflector.

e) Si se dispone de un contrachorro, que sabemos actúa en sentido contrario al movimiento, y que consume un caudal igual al 5% del maximal y admitiendo que la cara que las cazoletas presentan a éste contrachorro le desvían 90º, el tiempo $t_{man(4)}$ de acción del contrachorro necesario para asegurar el frenado de la turbina, en ausencia del chorro principal, se calcula como sigue:

$$F_{c.chorro} = -\ \frac{\gamma\ Q_{c.chorro}}{g}\ (c_1 + u_1)$$

$$C_{c.chorro} = -\ \frac{\gamma\ Q_{c.chorro}}{g}\ (c_1 + u_1)\ R_p = \left| \begin{matrix} u_1 = R_p w \\ c_1 = R_p w_{emb} \end{matrix} \right| = -\ \frac{\gamma\ Q_{c.chorro}}{g}\ (w_{emb} + w)\ R_p^2 =$$

$$= -\ \rho\ Q_{c.chorro}\ (w_{emb} + w)\ R_p^2 = I\ \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{-\ \rho\ Q_{c.chorro}\ R_p^2}{I}\ dt = \frac{-\ \rho\ Q_{c.chorro}}{M}\ (\frac{R_p}{r})^2\ t_{man(4)}$$

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb} + w} = \frac{\rho\ Q_{c.chorro}}{M}\ (\frac{R_p}{r})^2\ t_{man(4)} = \frac{t_{man(4)}}{k_4^*} = \left| \begin{matrix} Q_{c.chorro} = 0,05\ Q = 0,05 \times 12\ \frac{m^3}{seg} = 0,6\ \frac{m^3}{seg} \\ k_4^* = \frac{M\ r^2}{\rho\ Q_{c.chorro}\ R_p^2} = \frac{200000 \times 0,55}{1000 \times 0,6 \times 1^2} \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{t_{man(4)}}{100,83 \text{ seg}}$$

Si se frena después de la velocidad de régimen normal:

Para obtener una velocidad w = 0 se necesita un tiempo $t_{man(4)}$ de forma que: $w_0 = \dfrac{w_{emb}}{1,8}$

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}} = \ln \frac{w_{emb} + \frac{w_{emb}}{1,8}}{w_{emb}} = \ln \frac{1,8 + 1}{1,8} = 0,4418 = \frac{t_{man(4)}}{100,83 \text{ seg}} \Rightarrow t_{man(4)} = 44,55 \text{ seg}$$

Si se frena cuando ha adquirido un exceso de velocidad que no sobrepase el 50% de la velocidad de régimen, el tiempo de maniobra para el frenado es:

$$t_{man(4)} = 100,83\ \ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}} = \left| w_0 = 1,5\ \frac{w_{emb}}{1,8} = 0,833 \right| =$$

$$= 100,83\ \ln \frac{w_{emb} + 0,833\ w_{emb}}{w_{emb}} = 100,83\ \ln 1,833 = 61,1 \text{ seg}$$

IV.- TURBINA FRANCIS

IV.1.- CLASIFICACIÓN SEGÚN EL RODETE

Las turbinas Francis, Fig IV.1.a.b, son de tipo radial, admisión centrípeta y tubo de aspiración; siempre se construyen en condiciones de rendimiento máximo, dando lugar a tres tipos fundamentales, lentas, normales y rápidas, diferenciándose unas de otras en la forma del rodete.

Haciendo uso de la ecuación fundamental de las turbinas en condiciones de rendimiento máximo $\alpha_2 = 90°$ resulta:

$$c_1 \, u_1 \cos \alpha_1 = \eta_{hid} \, g \, H_n \quad \text{ó} \quad c_{1n} \, u_1 = \eta_{hid} \, g \, H_n$$

El ángulo β_1 es de gran importancia por su influencia sobre la velocidad tangencial y el número de rpm. El rendimiento hidráulico oscila entre 0,85 y 0,95.

Los triángulos de velocidades a la entrada son de la forma indicada en la Fig IV.2, en donde en función de los coeficientes óptimos de velocidad, se tiene:

Rodetes lentos, $u_1 < c_{1n}$; $\xi_1 < \mu_1$
Rodetes normales, $u_1 = c_{1n}$; $\xi_1 = \mu_1$
Rodetes rápidos, $u_1 > c_{1n}$; $\xi_1 > \mu_1$

La condición de rendimiento máximo: $c_{2n} = 0$, $\mu_2 = 0$, implica un rendimiento hidráulico de la forma:

$$\eta_{hid} = 2 \, (\xi_1 \, \mu_1 - \xi_2 \, \mu_2) = |\mu_2 = 0| = 2 \, \xi_1 \, \mu_1$$

que puede lograrse variando ξ_1 ó μ_1 de forma que si uno aumenta el otro tiene que disminuir y viceversa, con lo que u_1 y c_1 tienen que variar en la misma forma.

En primera aproximación se pueden clasificar en función de la velocidad:

Tipo de rodete: $\begin{cases} \text{Normal: } \eta_{hid} = 2\,\mu_1^2 = 2\,\xi_1^2 \Rightarrow \xi_1 = \mu_1 = \sqrt{\dfrac{\eta_{hid}}{2}} \\ \text{Lento: } \xi_1 < \sqrt{\dfrac{\eta_{hid}}{2}} \\ \text{Rápido: } \xi_1 > \sqrt{\dfrac{\eta_{hid}}{2}} \end{cases}$

Los valores de ξ_1 se pueden obtener de las gráficas de Voetsch y Allis Chalmers, Fig IV.9, en función del número específico de revoluciones.

RODETES LENTOS.- Los ***rodetes lentos***, Fig IV.3, se utilizan en los grandes saltos; con ellos se tiende a reducir el número de revoluciones, lo cual supone un aumento del diámetro D_1 del rodete respecto al del tubo de aspiración D_3. El ángulo a la entrada $\beta_1 < 90°$, $(\alpha_1 < 15°)$ y su número de revoluciones específico está comprendido entre 50 y 100. En estas turbinas se obtienen velocidades tangenciales reducidas. Los álabes tienen forma especial, aumentando su espesor a fin de que su cara posterior guíe mejor el chorro que atraviesa el rodete deslizándose en contacto con las paredes de los álabes, ya que de no ser así el chorro se despegaría de la cara posterior de los mismos, originando remolinos.

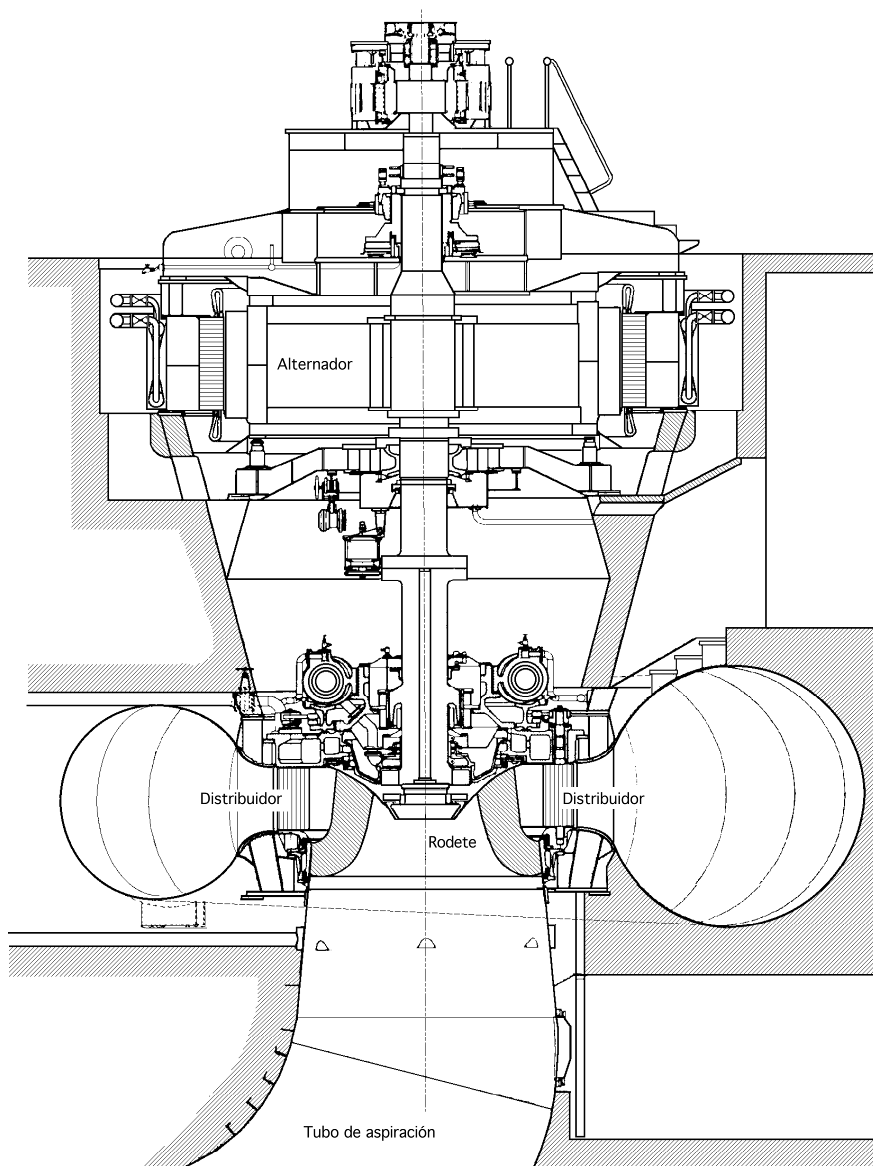


Fig IV.1.a.- Esquema general del montaje de una turbina Francis

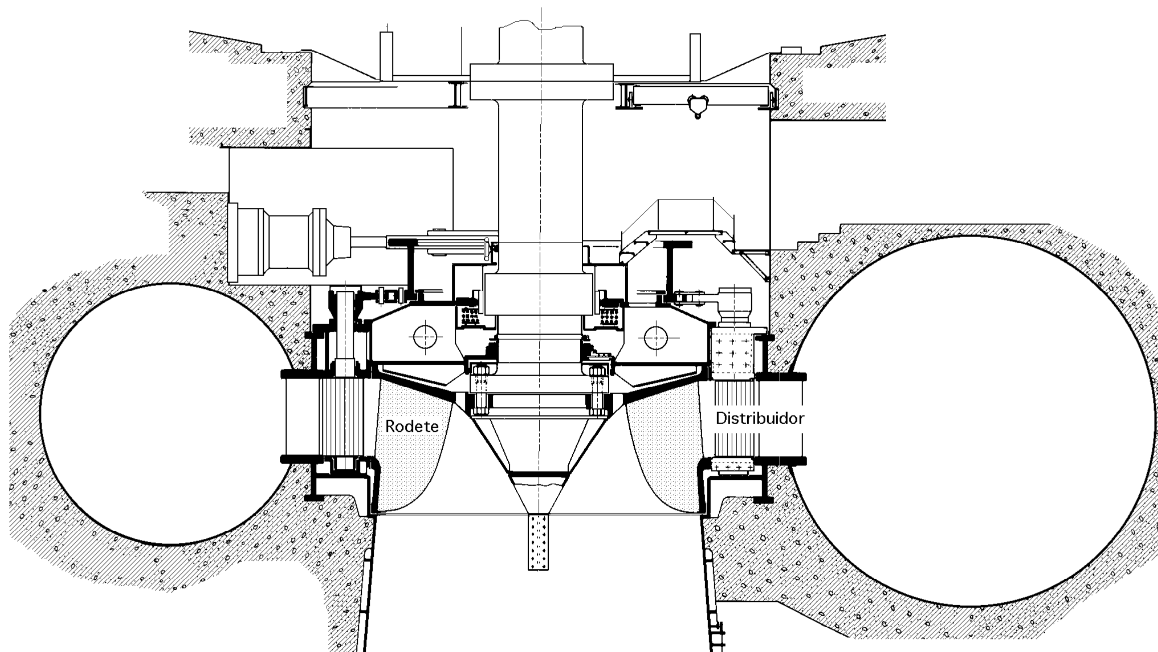


Fig IV.1.b.- Detalle del rodete y el distribuidor en una turbina Francis

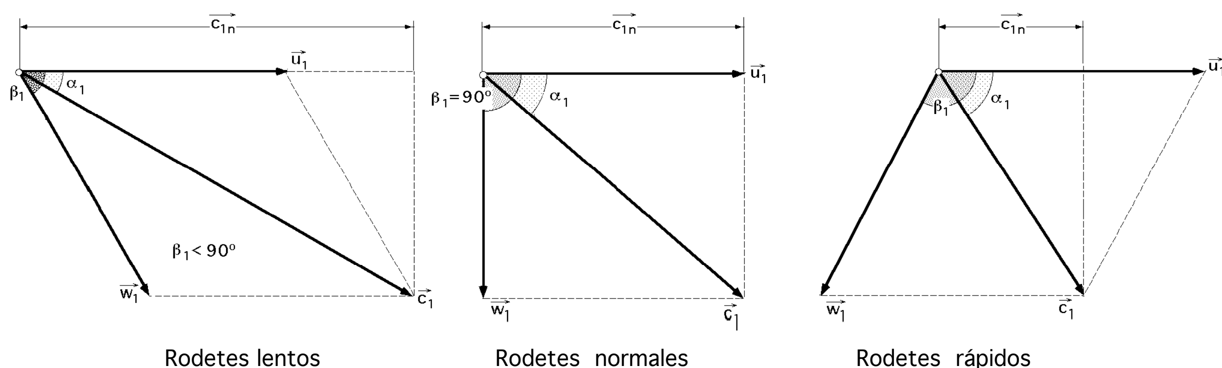


Fig IV.2.- Triángulos de velocidades a la entrada según diversos valores de β_1

RODETES NORMALES.- Los ***rodetes normales,*** Fig IV.4, se caracterizan porque el diámetro D_1 es ligeramente superior al del tubo de aspiración D_3. El agua entra en el rodete radialmente y sale de él axialmente, entrando así en el tubo de aspiración. El valor de β_1 es del orden de 90º, (15º< α_1 < 30º) y se alcanza un n_s comprendido entre 125 y 200 rpm. No existen apenas huelgos entre el distribuidor y la rueda. En estas turbinas, en el triángulo de velocidades a la entrada, al ser β_1 = 90º, se cumple:

$$u_1 = c_1 \cos \alpha_1 \quad ; \quad u_1^2 = \eta_{hid}\, g\, H_n$$

RODETES RÁPIDOS.- Los ***rodetes rápidos,*** Fig IV.5, permiten obtener elevadas velocidades de rotación para valores de n_s comprendidos entre 225 y 500. El diámetro del rodete D_1 es menor que el D_3 del tubo de aspiración y el cambio de dirección del agua se efectúa más bruscamente que en las turbinas normales. El ángulo de entrada β_1 > 90º, (α_1< 45º) favorece el aumento del número de revoluciones, porque aumenta u_1; en estas turbinas hay un huelgo bastante grande entre el rodete y el distribuidor, sin que ello tenga apenas ninguna influencia en el rendimiento; el agua entra radialmente y recorre un cierto espacio antes de entrar en el rodete; en este espacio al no existir rozamientos con los álabes, se consigue mejorar el rendimiento.

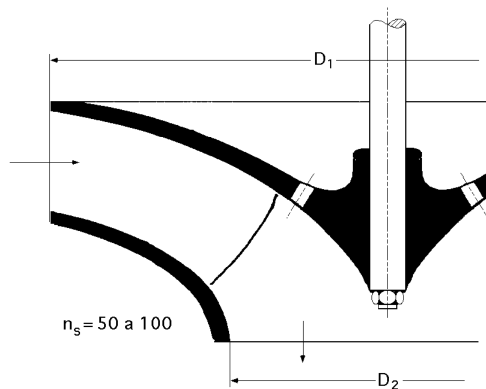


Fig IV.3.- Rodete Francis lento, β_1>90

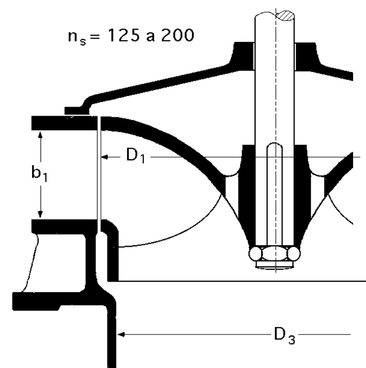
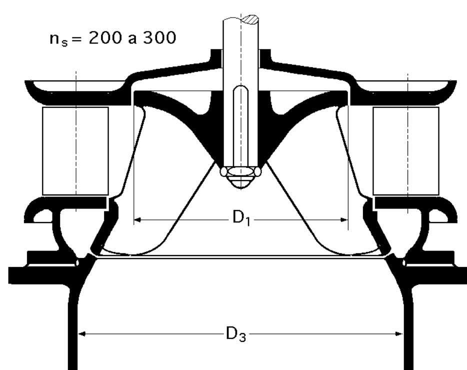


Fig IV.4.- Rodete Francis normal, β_1=90



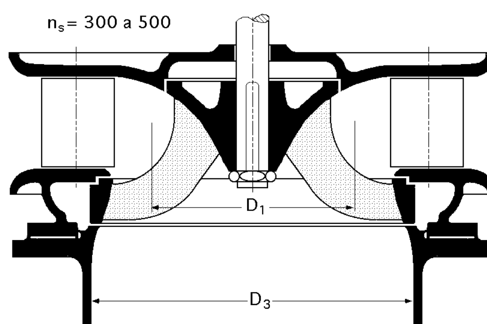


Fig IV.5.- Rodetes Francis rápidos, β_1<90

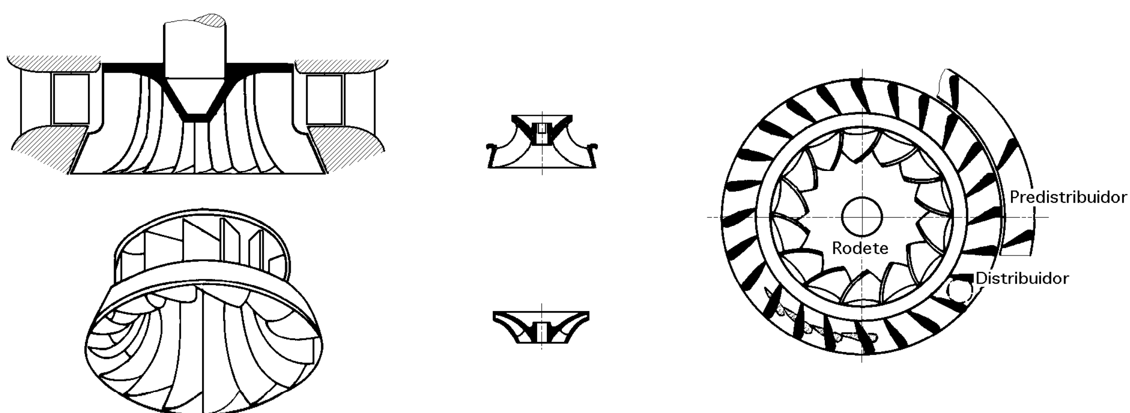
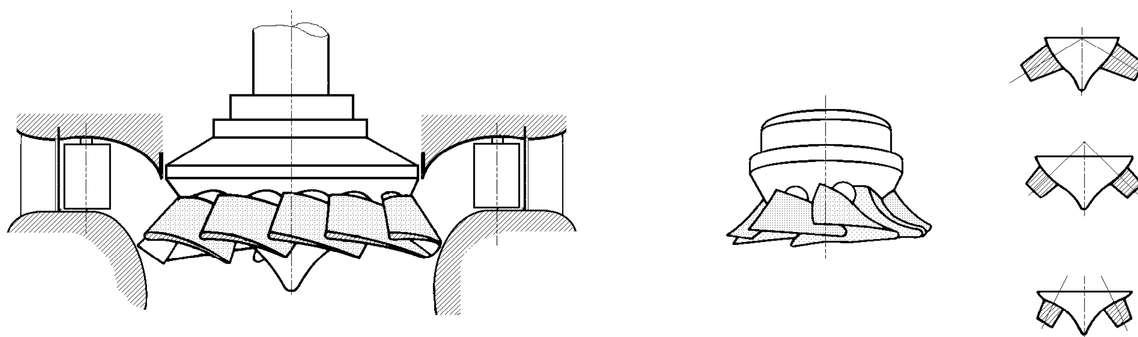


Fig IV.6.- Rodetes Francis de flujo radial


Fig IV.7.- Rodetes Francis de flujo diagonal

En estas turbinas, para unos mismos valores de H_n y α_1 en comparación con las normales, se obtiene un valor de c_1 menor, resultando mayor la velocidad tangencial u_1. Los conductos entre álabes resultan más largos y estrechos y, en consecuencia, las pérdidas por rozamiento son relativamente altas, lo cual reduce el rendimiento; los rodetes trabajan con mucha sobrepresión, produciéndose grandes aceleraciones en los conductos.

IV.2.- TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES

Velocidad absoluta de entrada del agua en el rodete c_1.- Aplicando Bernoulli entre *(a)* y *(1)*, con plano de comparación en *(1)*, Fig IV.8:

$$0 + \frac{p_{atm}}{\gamma} + H_d = \frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_d \quad \Rightarrow \quad c_1 = \sqrt{2\,g\,\{(H_d - h_d) - \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma}\}} = \varphi_1\,\sqrt{2\,g\,H_n}$$

Otra expresión de c_1 en función de los ángulos α_1 y β_1 se obtiene a partir de la ecuación fundamental, en condiciones de rendimiento máximo, y del triángulo de velocidades, en la forma:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{g\,H_n \eta_{hid}}{c_1\,\cos\,\alpha_1}\\ \frac{u_1}{\text{sen}\,(\beta_1 - \alpha_1)} &= \frac{c_1}{\text{sen}\,\beta_1}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad c_1 = \frac{u_1\,\text{sen}\,\beta_1}{\text{sen}\,(\beta_1 - \alpha_1)} = \sqrt{\frac{\text{sen}\,\beta_1}{\cos\,\alpha_1\,\text{sen}\,(\beta_1 - \alpha_1)}\,g\,H_n \eta_{hid}}$$

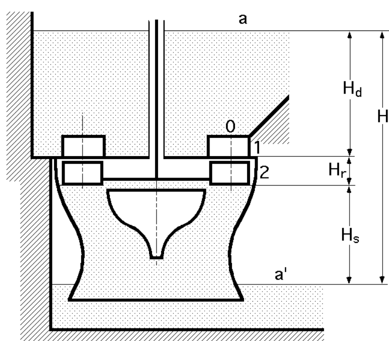


Fig IV.8.- Esquema de TH de reacción

Velocidad periférica u_1.- La velocidad periférica u_1 en función de los ángulos α_1 y β_1 es:

$$\frac{u_1}{\text{sen}\,(\beta_1 - \alpha_1)} = \frac{c_1}{\text{sen}\,\beta_1} = \left|\, c_1 = \frac{g\,H_n \eta_{hid}}{u_1 \cos\,\alpha_1} \,\right| = \frac{g\,H_n \eta_{hid}}{u_1 \cos\,\alpha_1 \text{sen}\,\beta_1}$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{\text{sen}\,(\beta_1 - \alpha_1)}{\text{sen}\,\beta_1 \cos\,\alpha_1}\,g\,H_n \eta_{hid}} = ... = \sqrt{g\,H_n \eta_{hid}\,(1 - \frac{\text{tg}\,\alpha_1}{\text{tg}\,\beta_1})}$$

observándose que u_1 aumenta si $\beta_1 > 90°$, y cuanto mayor sea α_1

Velocidad de salida w_2.- Aplicando Bernoulli al agua en rotación entre (2) y (1) y considerando el plano de referencia que pasa por (2), resulta:

$$\frac{p_2}{\gamma} + 0 + \frac{w_2^2}{2\,g} - \frac{u_2^2}{2\,g} = \frac{p_1}{\gamma} + H_r + \frac{w_1^2}{2\,g} - \frac{u_1^2}{2\,g}$$

$$w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\,(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r) = 2\,g\,(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H - H_d - H_s)$$

y suponiendo régimen hidrostático entre (a') y (2) se tiene:

$$p_{atm} = p_2 + \gamma\,H_s \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2}{\gamma} + H_s = \frac{p_{atm}}{\gamma}$$

$$w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\,(\frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} + H - H_d) = 2\,g\,H - 2\,g\,(H_d - \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma}) = 2\,g\,H - c_1^2$$

$$w_2^2 - u_2^2 = w_1^2 - u_1^2 + 2\,g\,H - c_1^2 = \left|\, w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2\,u_1 c_1 \cos\,\alpha_1 \,\right| = 2\,g\,H_n - 2\,u_1 c_1 \cos\,\alpha_1$$

$$w_2^2 = u_2^2 + 2\,g\,H_n - 2\,u_1 c_1 \cos\alpha_1$$

Velocidad absoluta de salida del agua c_2

$$c_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2\,u_2 w_2 \cos\beta_2 = w_2^2 + u_2^2 + 2\,w_2 u_2 - 2\,w_2 u_2 - 2\,u_2 w_2 \cos\beta_2 =$$

$$= (w_2 - u_2)^2 + 2\,w_2 u_2 (1 - \cos\beta_2) = (w_2 - u_2)^2 + 4\,w_2 u_2 \operatorname{sen}^2\frac{\beta_2}{2}$$

IV.3.- VELOCIDAD ESPECÍFICA EN FUNCIÓN DE LAS DIMENSIONES DE LA TURBINA.

A la entrada del rodete, la velocidad absoluta del agua c_1 está situada en un plano normal al eje de giro, siendo la componente axial nula, por lo que la velocidad meridiana c_{1m} coincide con la radial.

El valor de n_s es:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| \begin{array}{l} c_{1m} = \dfrac{Q}{\pi D_1 b_1} = k_{1m}\sqrt{2\,g\,H_n} \Rightarrow Q = k_{1m}\sqrt{2\,g\,H_n}\,\pi D_1 b_1 = 13{,}90\,k_{1m}\sqrt{H_n}\,D_1 b_1 \\ N = \dfrac{\gamma\,Q\,H_n\,\eta}{75} = 0{,}1853\,\gamma\,k_{1m}\sqrt{H_n^3}\,D_1 b_1 \eta \xrightarrow{\text{Para el agua}} N = 185{,}3\,k_{1m}\sqrt{H_n^3}\,D_1 b_1 \eta \\ u_1 = \xi_1\sqrt{2\,g\,H_n} = \dfrac{\pi D_1 n}{60}\ ;\ n = 84{,}55\,\dfrac{\xi_1}{D_1}\sqrt{H_n} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{84{,}55\,\dfrac{\xi_1}{D_1}\sqrt{H_n}\,\sqrt{185{,}3\,k_{1m}\,D_1\,b_1\,H_n^{3/2}\,\eta}}{H_n^{5/4}} = 1150\,\xi_1\sqrt{k_{1m}\frac{b_1}{D_1}\,\eta}$$

observándose que el coeficiente numérico es el doble del que aparece en las turbinas Pelton, mientras que la relación $\frac{d}{D}$ se sustituye por $\sqrt{\frac{b_1}{D_1}}$.

El rendimiento η influye en la misma forma que en las Pelton, apareciendo el coeficiente k_{1m} de la componente meridiana c_{1m} en lugar del coeficiente φ_1 de la velocidad c_1 del chorro.

El rendimiento tiene que ser lo más elevado posible y como la relación $\frac{b_1}{D_1}$ viene impuesta, sólo quedan como variables que influyen en n_s los coeficientes k_{1m} y ξ_1.

Los márgenes de variación de k_{1m} son limitados, por cuanto para un salto dado H_n los valores que se fijan para k_{1m} deben proporcionar una componente c_{1m} aceptable desde un punto de vista hidráulico. Si se supone un H_n grande y se da a k_{1m} un valor elevado, la componente c_{1m} será también muy elevada, lo cual ocasionará unas pérdidas de carga inadmisibles.

Por el contrario, si tanto H_n y k_{1m} se toman pequeños, la velocidad c_{1m} será también pequeña y al tener que evacuar un caudal determinado, la sección de salida del distribuidor tendrá que ser muy grande, lo que exigiría una rueda demasiado grande.

IV.4.- ALGUNAS RELACIONES ENTRE PARÁMETROS DE DISEÑO

Relación entre D_2, n y Q; fórmula de Ahlfors.- El diámetro D_2 a la salida en condiciones de rendimiento máximo, que hace mínima la suma de las pérdidas de carga en el rodete y las pérdidas de energía en el difusor, de la forma.

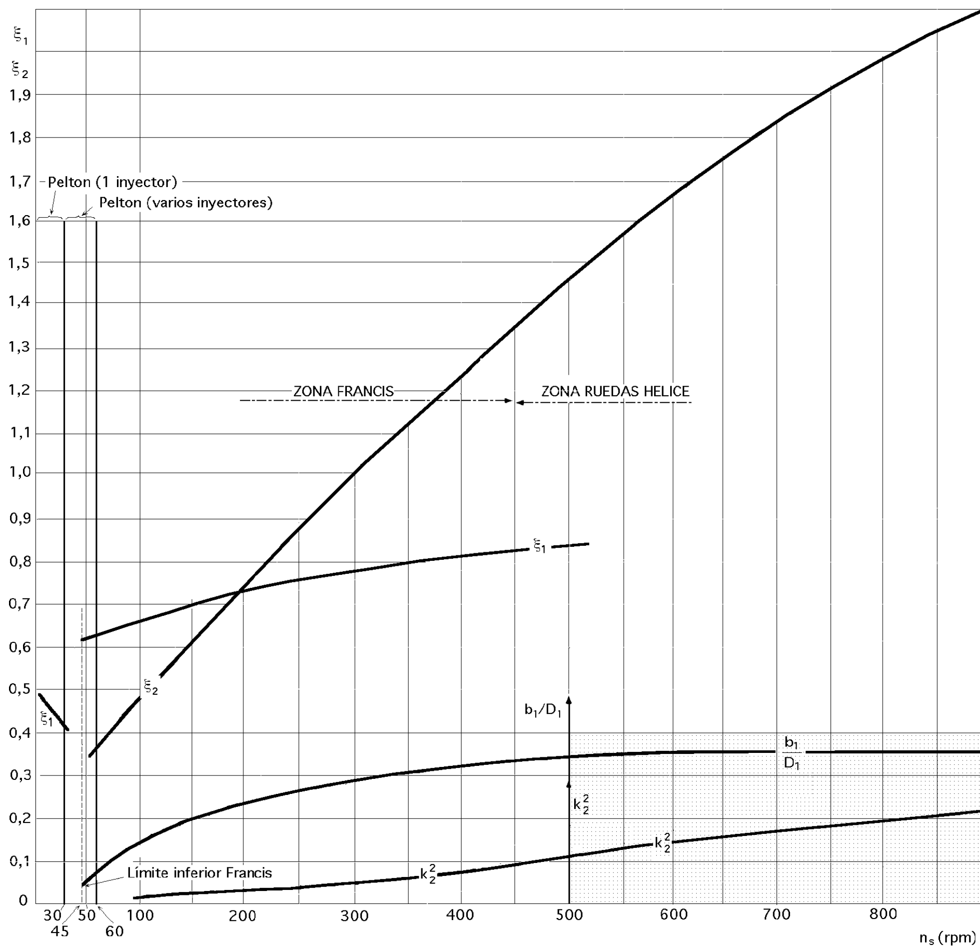


Fig IV.9.- Orden de magnitud de las dimensiones de las ruedas Francis y hélice, que relacionan ξ_1 y ξ_2 con n_s

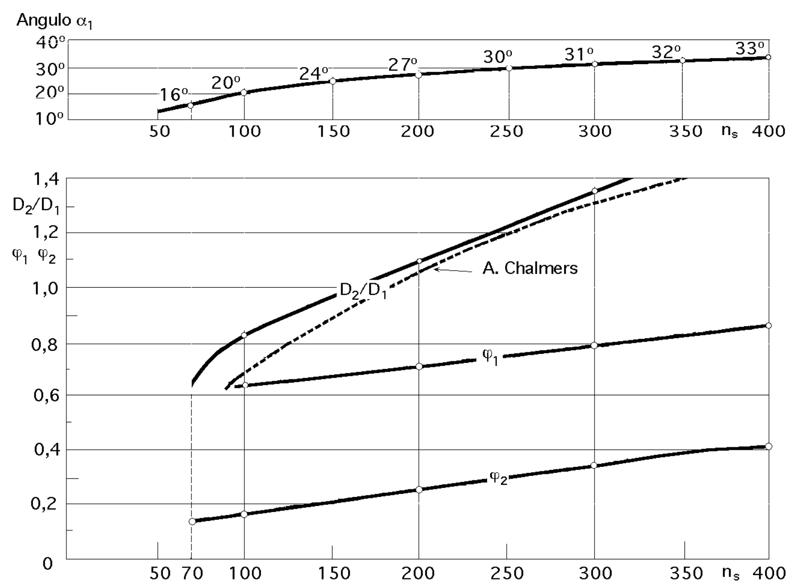


Fig IV.10.- Dimensiones del distribuidor b_1 y D_1, ángulo de ataque α_1 y coeficientes óptimos de velocidad φ_1 y φ_2 para turbinas Francis en función de n_s

$$\text{Pérdidas de carga:} \begin{cases} \text{En el rodete: } h_r = m^2 \dfrac{w_1^2}{2g} = m^2 \lambda_1^2 H_n \\ \text{En el difusor: } h_s = s^2 \dfrac{c_2^2}{2g} = s^2 \varphi_2^2 H_n \end{cases}$$

en las que ***s*** y ***m*** son coeficientes numéricos medios ($s = 0,7$; $m = 0,25$), y $D_2 = 4,375 \sqrt[3]{\dfrac{Q}{n}}$, que sirve como relación de partida en el diseño de turbinas Francis.

Relación entre u_2 y n_s, Fig IV.11; se parte de la expresión: $u_2 = \xi_2 \sqrt{2 g H_n} = \dfrac{D_2}{2} \dfrac{\pi n}{30}$, de la que se despeja el valor de ξ_2

$$\xi_2 = 0,0118 \frac{n D_2}{\sqrt{H_n}} = \left| D_2 = 4,375 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} \right| = 0,0517 \frac{\sqrt[3]{Q n^2}}{\sqrt{H_n}} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} n_s = \dfrac{n \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| N = 13,33\, Q H_n \eta \right| = \dfrac{3,65\, n \sqrt{Q \eta}}{H_n^{3/4}} \\ n = 0,2738 \dfrac{n_s H_n^{3/4}}{\sqrt{Q \eta}} \Rightarrow Q n^2 = \dfrac{0,075\, n_s^2 H_n^{3/2}}{\eta} \end{array} \right| = 0,0218 \sqrt[3]{\frac{n_s^2}{\eta}} = \frac{u_2}{\sqrt{2 g H_n}}$$

$$u_2 = 0,0965 \sqrt{H_n} \sqrt[3]{\frac{n_s^2}{\eta}}$$

Para $\eta = 0,85$, resulta: $\xi_2 = 0,023\, n_s^{2/3} = \dfrac{u_2}{\sqrt{2 g H_n}}$, válida para $200 < n_s < 600$ que se aproxima a la que, experimentalmente, obtuvieron Voetsch y Allis Chalmers.

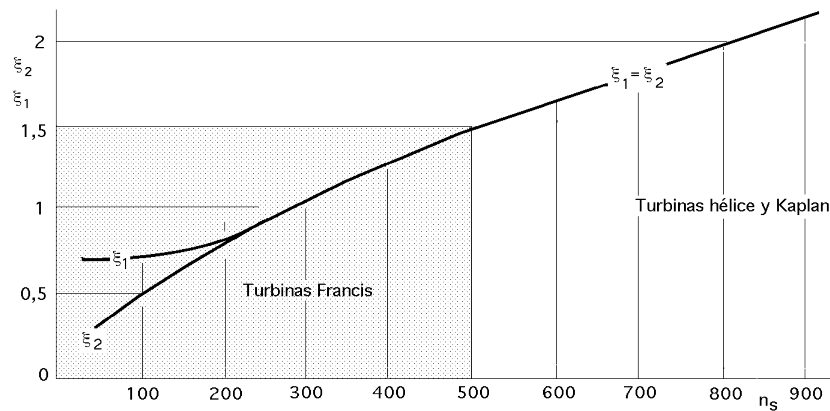


Fig IV.11.- Relación entre ξ_1, ξ_2 y n_s

Relación entre n_s, ξ_2 y φ_2

La sección de salida del rodete de la turbina es: $\Omega_2 = \dfrac{\pi D_2^2}{4}$

Si el eje que acciona la turbina tiene un diámetro ***d*** y atraviesa el difusor, el área efectiva de salida es ($\theta\, \Omega$) en la forma:

$$\Omega_2 = \frac{\pi (D_2^2 - d^2)}{4} = \left| \theta = \frac{D_2^2 - d^2}{D_2^2} < 1 \right| = \frac{\pi \theta D_2^2}{4} = \theta \Omega$$

El caudal que sale por el difusor se puede obtener a partir del caudal Q inicial que entra en la turbina, siendo su valor:

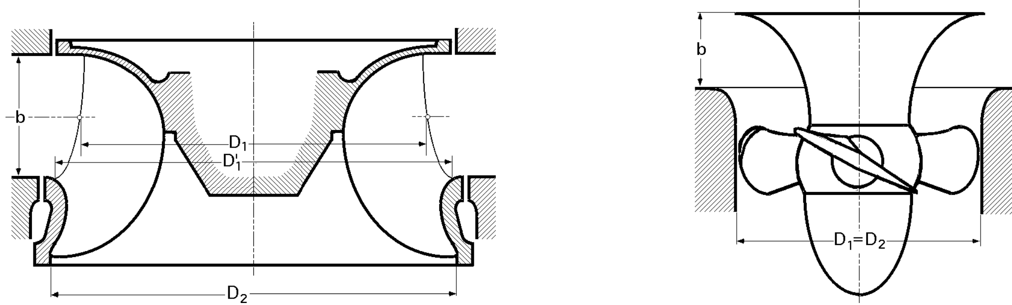


Fig IV.12.- Dimensiones de rodetes Francis y Kaplan

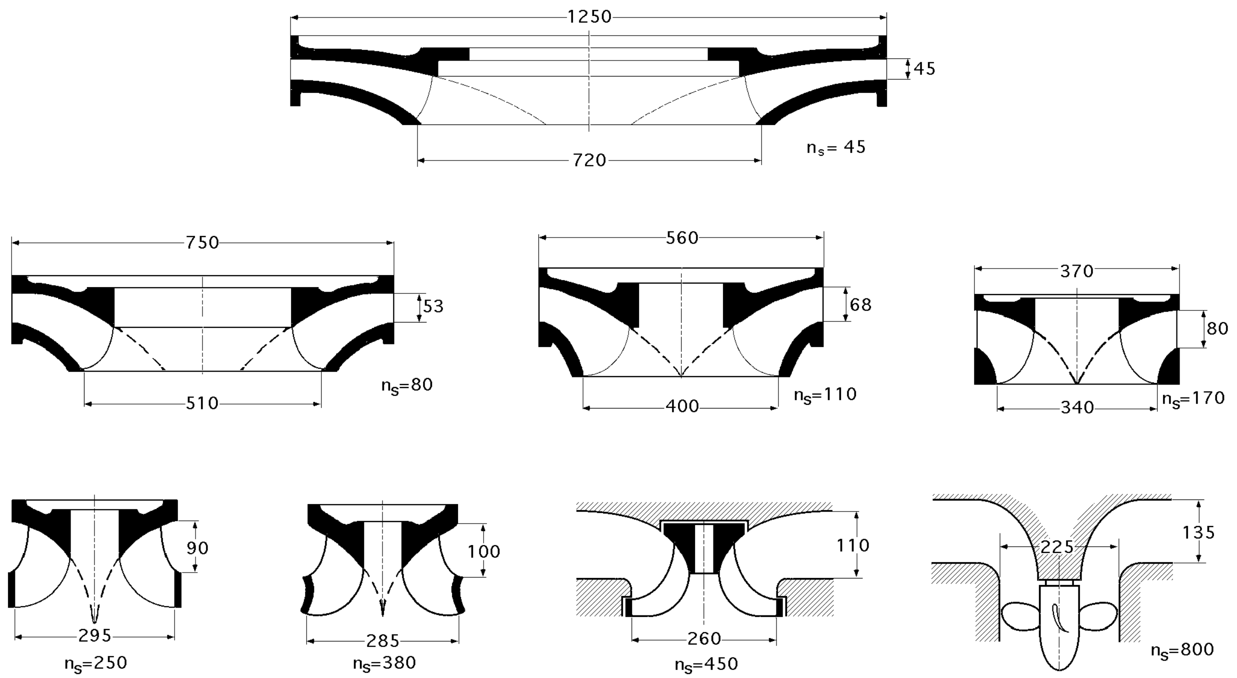


Fig IV.13.- Relación entre n_s y la forma del rodete

$$\eta_{vol}\ Q = \theta\ \frac{\pi D_2^2}{4}\ c_2 = \theta\ \frac{\pi D_2^2}{4}\ \varphi_2 \sqrt{2\ g\ H_n} \quad \Rightarrow \quad Q = 3,477\ \frac{\theta\ D_2^2\ \varphi_2 \sqrt{H_n}}{\eta_{vol}}$$

El valor de la potencia es: $N = 13,33\ Q\ H_n \eta = 46,57\ \dfrac{\theta\ D_2^2\ \varphi_2 \sqrt{H_n^3}}{\eta_{vol}}\ \eta$

El valor de $n_s = \dfrac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| n = 84,55\ \dfrac{\xi_1}{D_1} \sqrt{H_n} = \begin{pmatrix} \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{\xi_2}{\xi_1} = \dfrac{D_2}{D_1} \\ \dfrac{\xi_1}{D_1} = \dfrac{\xi_2}{D_2} \end{pmatrix} = 84,55\ \dfrac{\xi_2}{D_2} \sqrt{H_n} \right| =:$

$$= \frac{84,55\ \dfrac{\xi_2}{D_2} \sqrt{\dfrac{46,57\ \theta\ D_2^2\ \varphi_2\ H_n^{5/2}\ \eta}{\eta_{vol}}}}{H_n^{5/4}} = 577\ \xi_2 \sqrt{\frac{\theta\ \varphi_2\ \eta}{\eta_{vol}}}$$

Considerando valores medios del orden de: $\theta = 0{,}85$, $\eta = 0{,}85$ y $\eta_{vol} = 0{,}95$, resulta:

$$n_s = 503{,}2\ \xi_2 \sqrt{\varphi_2} = \left| \xi_2 = 0{,}023\ n_s^{2/3} \right| = 11{,}57\ n_s^{2/3} \sqrt{\varphi_2} \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = 0{,}007465\ n_s^{2/3}$$

$$\varphi_2^2 = \frac{c_2^2}{2\ g\ H_n} = 5{,}57 \cdot 10^{-5}\ n_s^{4/3} = f_2(n_s)$$

y si: $\theta = 1$; $\eta = 0,85$; $\eta_{vol} = 0,95 \Rightarrow n_s = 545,8\ \xi_2 \sqrt{\varphi_2}$

que dice que, a medida que n_s crece, φ_2 también crece, por lo que las pérdidas de carga a la salida crecen también, aunque provisionalmente, por cuanto el tubo de aspiración va a permitir recuperar parte de esas pérdidas, que de no existir, se perderían totalmente. Este resultado es de aplicación al cálculo de la altura H_s del aspirador-difusor, como veremos más adelante.

Relación entre n_s y H_n.- La representación gráfica de la Fig IV.14 es muy simple; la zona que está por debajo de la línea continua, proporciona valores aplicables de modo satisfactorio, mientras que hay que evitar la zona que está por encima. La curva propuesta por Oesterlen considera unos límites a no sobrepasar.

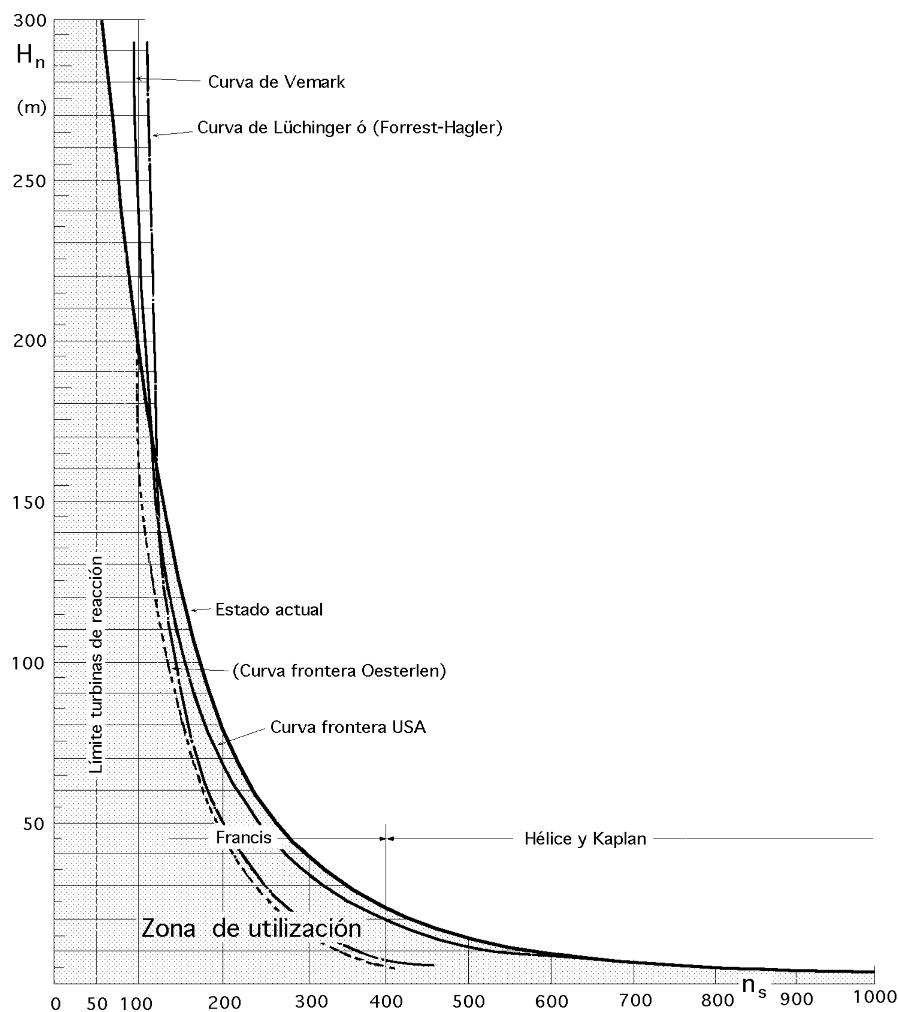


Fig IV.14.- Zona de utilización de las turbinas Francis y hélice

IV.5.- CÁMARA ESPIRAL

La cámara espiral tiene como misión el dirigir convenientemente el agua en el distribuidor; para calcular sus dimensiones, la supondremos de sección circular, aunque también puede ser rectangular; su forma es tal que la velocidad media tiene que ser la misma en cualquier punto del caracol, evitándose así las pérdidas ocasionadas por los cambios bruscos de velocidad.

A su vez, el agua no debe penetrar en la cámara espiral con una velocidad demasiado grande, ya que las pérdidas podrían ser excesivas.

Para: $\begin{cases} \text{Cámaras espirales metálicas: } c_e = 0{,}18 + 0{,}28\sqrt{2\, g\, H_n} \\ \text{Cámaras de hormigón: } c_e \leq 0{,}13\sqrt{2\, g\, H_n} \end{cases}$

Si la cámara se divide, por ejemplo, en 8 secciones, Fig IV.15, cada una a 45° y el caudal entrante es Q, la sección de entrada Ω_1 es:

$$Q = \Omega_1\, c_e = \frac{\pi\, d_1^2}{4}\, c_e \quad \Rightarrow \quad d_1 = 1{,}128\sqrt{\frac{Q}{c_e}}$$

Las secciones Ω_2, Ω_2,... son atravesadas únicamente por $\frac{7Q}{8}$, $\frac{6Q}{8}$, ..., respectivamente; como la velocidad c_e del agua en cualquier sección tiene que ser constante, resulta:

$$\frac{7\,Q}{8} = \Omega_2\, c_e = \frac{\pi\, d_2^2}{4}\, c_e \quad \Rightarrow \quad d_2 = 1{,}055\sqrt{\frac{Q}{c_e}} = \sqrt{\frac{7}{8}}\, d_1$$

$$\frac{6\,Q}{8} = \Omega_3\, c_e = \frac{\pi\, d_3^2}{4}\, c_e \quad \Rightarrow \quad d_3 = 0{,}977\sqrt{\frac{Q}{c_e}} = \sqrt{\frac{6}{8}}\, d_1$$

y así sucesivamente: $d_4 = \sqrt{\frac{5}{8}}\, d_1$; $d_5 = \sqrt{\frac{4}{8}}\, d_1$; $d_6 = \sqrt{\frac{3}{8}}\, d_1$; $d_7 = \sqrt{\frac{2}{8}}\, d_1$; $d_8 = \sqrt{\frac{1}{8}}\, d_1$

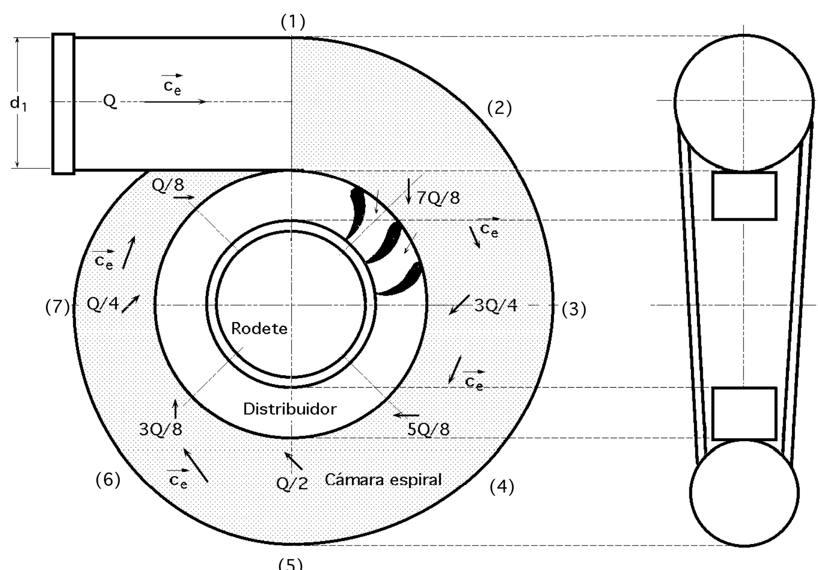


Fig IV.15.- Cámara espiral de una turbina Francis

diámetros que, normalmente, se suelen aumentar en la práctica para tener en cuenta el rozamiento y la obstrucción de las directrices, cuya misión es la de servir de guía al agua antes de penetrar en el distribuidor, y cuyo número es del orden de 6 a 8 como máximo.

IV.6.- EL DISTRIBUIDOR

El distribuidor tiene como misión dirigir convenientemente el agua hacia los álabes del rodete, regulando el caudal admitido, y modificando de esta forma la potencia de la turbina, ajustándose en lo posible a las variaciones de carga de la red, Fig IV.16. No genera energía (como órgano estático que es), pero sí transforma energía de presión en energía cinética

La ***regulación*** se realiza, teóricamente, sin variación de la velocidad absoluta de entrada del agua en

el rodete c_1, ya que lo único que se modifica es el ángulo α_1 dentro del plano perpendicular al eje de rotación de la turbina, lo que implica que c_1 no tenga componente axial.

La componente tangencial c_{1n} no da lugar a gasto alguno, ya que éste viene determinado por el módulo de la componente radial en el distribuidor c_{1r}, de la forma:

$$Q = 2 \pi r_1 b_1 c_{1r} = 2 \pi r_1 b_1 c_{1m}$$

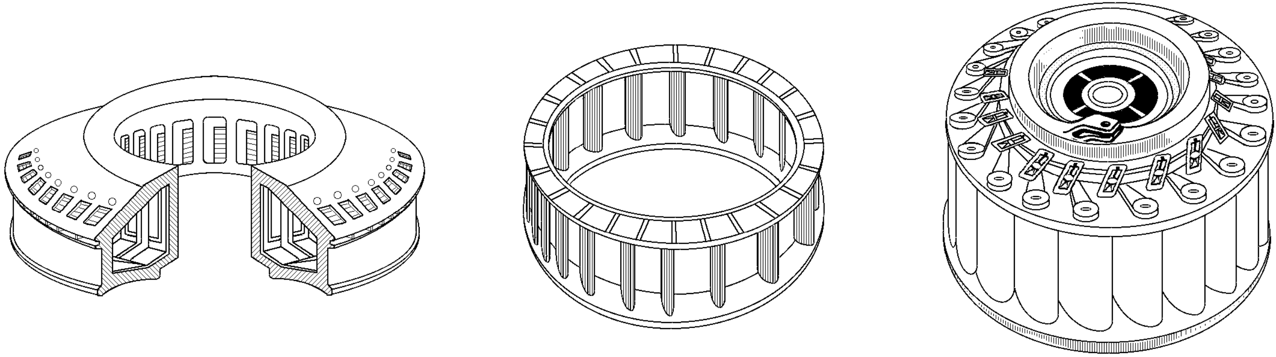


Fig IV.16.- Directrices del distribuidor

El índice de c_1 describe, por ser constante, un arco de circunferencia, aunque en la práctica ésto no es riguroso, ya que al contraerse la vena líquida al disminuir la abertura del distribuidor, se produce un aumento de c_1, Fig IV.17. Cuando la turbina tiende a embalarse u_1 aumenta, y para que ésto no se produzca se actúa sobre los álabes del distribuidor, orientándoles de forma que la velocidad u_1 permanezca constante e igual a la nominal. Al modificarse la dirección de c_1 por la acción de las directrices del distribuidor, la velocidad relativa en el rodete w_1 cambia de magnitud y dirección y el agua a la entrada en el rodete, cuando éste trabaje fuera de las condiciones de diseño, dejará de ser tangente a los álabes.

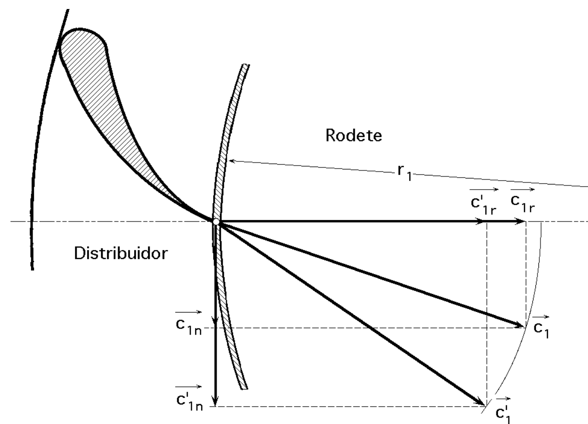


Fig IV.17.- Componentes de c_1 cuando se modifican las directrices del distribuidor

En estas condiciones, el triángulo de velocidades a la entrada del rodete proporciona una velocidad relativa $w_{1'}$ que se descompone en otras dos, una $w_{1'm}$ según la dirección tangencial al álabe en M, y otra $w_{1'n}$ perpendicular a la anterior es la componente de choque que origina unas pérdidas a la entrada, Fig IV.18, y que se encarga de llevar a u_1 a su velocidad nominal. Aparte de estas pérdidas, en el distribuidor aparecen otras relativas a torbellinos y rozamientos, que junto con las de choque, originan una pérdida de rendimiento.

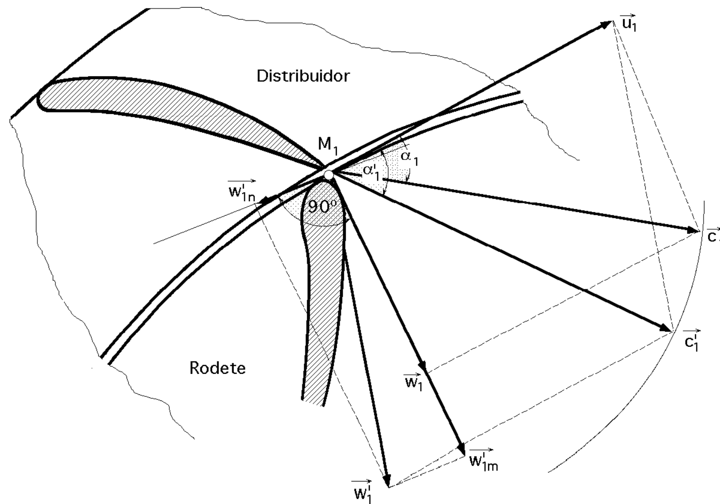


Fig IV.18.- Componentes de w_1 y triángulo de velocidades a la entrada del rodete al modificar las directrices del distribuidor

Con la variación de α_1 se modifica la componente radial c_{1m} y con ella el valor del caudal. Como la turbina tiene que funcionar a velocidad constante para mantener la frecuencia de la corriente eléctrica generada en el alternador, ***implica que u_1 sea constante*** para cualquier caudal, lo que se intenta conseguir con el regulador de velocidad que actúa sobre las directrices o álabes móviles del distribuidor.

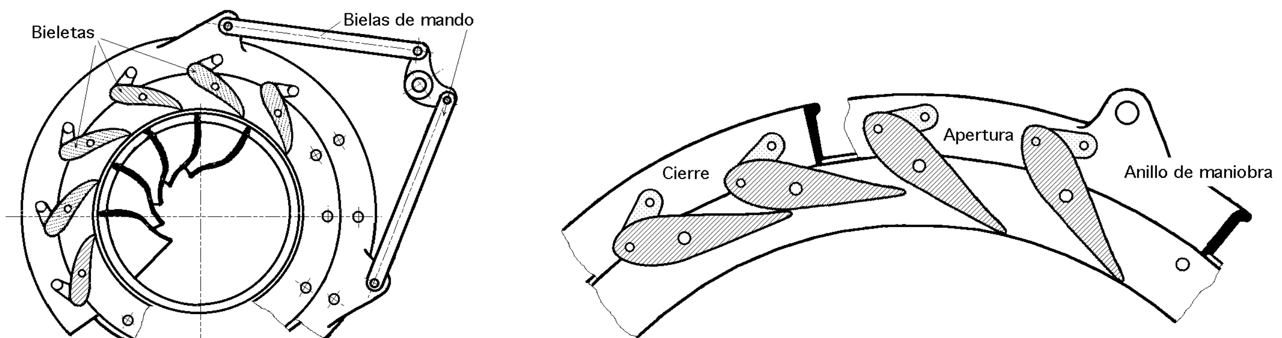


Fig IV.19.- Distribuidor Fick

Un ***distribuidor tipo de turbina Francis*** se representa en la Fig IV.19, en el que:

Las ***antedirectrices*** son fijas (predistribuidor)

Las ***directrices*** orientables del distribuidor, se accionan mediante un anillo de maniobra que se puede mover mediante un servomotor dependiente del regulador de la turbina.

Perfil de los álabes de las directrices.- Las ***directrices son superficies desarrollables cilíndricas de generatrices paralelas al eje de rotación de la turbina***; su perfil se determina teniendo en cuenta que ***no hay transformación de energía hidráulica en mecánica al paso del agua por el distribuidor***, procurando evitar al máximo las pérdidas por rozamiento y torbellinos. Para calcular este perfil se determina ***la trayectoria ideal de la vena fluida***; para ello, como el paso del agua por el distribuidor no genera ningún tipo de energía, si consideramos un punto A cualquiera de la trayectoria (0A1) del agua en el distribuidor, Fig IV.20, la condición:

$$dN = \gamma\, Q\, \eta_{hid}\, dH_n = \left| H_{ef} = \eta_{hid}\, H_n = \frac{u_1\, c_{1n} - u_2\, c_{2n}}{g} \right| = \gamma\, Q\, \frac{d(u\, c_n)}{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad u\, c_n = \text{Cte}$$

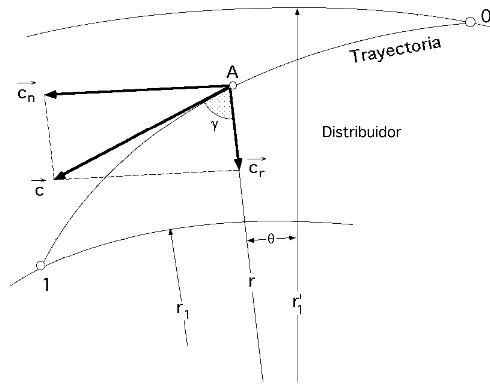


Fig IV.20
Trayectoria ideal de la vena fluida en el distribuidor

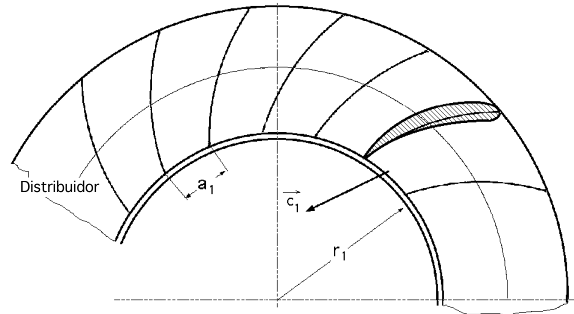


Fig IV.21.- Perfil de las directrices del distribuidor

$$u\, c_n = r\, w\, c_n = |\, w = \text{Cte}\, | = \text{Cte} \;\Rightarrow\; r\, c_n = k$$

por lo que la circulación por el distribuidor es irrotacional.

De las dos componentes c_n y c_r la tangencial c_n no proporciona caudal alguno, por lo que el caudal que atraviesa el distribuidor es:

$$Q = 2\, \pi\, r\, b_1 c_r = \text{Cte} \quad ; \quad r\, c_r = \frac{Q}{2\, \pi\, b_1} = \text{Cte}$$

La trayectoria de los filetes líquidos debe satisfacer las condiciones:

$$\left.\begin{array}{l} r\, c_n = k \\ r\, c_r = \dfrac{Q}{2\, \pi\, b_1} = k' \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{c_n}{c_r} = \frac{2\, \pi\, b_1 k}{Q} = \text{Cte} = \text{tg}\, \gamma$$

por lo que en cada punto de la trayectoria, la velocidad forma un ángulo constante con el radio.

En coordenadas polares es de la forma:

$$\text{tg}\, \gamma = \frac{r\, d\theta}{dr} \quad ; \quad \frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{\text{tg}\, \gamma} \quad ; \quad r = C'\, e^{\frac{\theta}{\text{tg}\, \gamma}} = |\, \text{Para: } r = r_1 \;;\; \theta = 0\, | = r_1\, e^{\frac{\theta}{\text{tg}\, \gamma}}$$

que es una espiral de Arquímedes, a la que se debe ajustar la forma del perfil de las directrices móviles del distribuidor.

El valor de c_1 se obtiene en la forma:

$$c = \sqrt{c_r^2 + c_n^2} = \sqrt{c_r^2 + c_r^2\, \text{tg}^2 \gamma} = c_r \sqrt{1 + \text{tg}^2 \gamma} = \frac{Q}{2\, \pi\, r\, b_1 \cos \gamma} = \frac{Q}{2\, \pi\, r\, b_1 \text{sen}\, \alpha}$$

$$\text{Para: } \left\{\begin{array}{l} r = r_1 \;;\; c = c_1 \;;\; \alpha = \alpha_1 \\ Q = 2\, \pi\, r_1 b_1 c_1 = |\, 2\, \pi\, r_1 = Z\, a_1 | = Z\, a_1 b_1 c_1 \end{array}\right\} \Rightarrow c_1 = \frac{Q}{Z\, a_1 b_1} = \frac{Q}{2\, \pi\, r_1 b_1 \text{sen}\, \alpha_1}$$

siendo Z el número de álabes del distribuidor y a_1 la dimensión indicada en la Fig IV.20, (el paso correspondiente a r_1), por lo que el valor de α_1 es:

$$\frac{Q}{Z\, a_1 b_1} = \frac{Q}{2\, \pi\, r_1 b_1 \text{sen}\, \alpha_1} \;\Rightarrow\; \text{sen}\, \alpha_1 = \frac{Z\, a_1}{2\, \pi\, r_1}$$

En realidad, la forma de las directrices se calcula considerando la espiral de Arquímedes como curva media del álabe, mientras que como perfil del mismo, se toma uno que corresponda a un mínimo de resistencia hidrodinámica, Fig IV.21.

IV.7.- EL TUBO DE ASPIRACIÓN

El tubo de aspiración es un auténtico transformador de energía, ya que al originar a la salida del rodete una depresión, recupera no sólo la mayor parte de la energía cinética $\frac{c_2^2}{2g}$ que lleva el agua a la salida, sino que también amplía la altura geométrica del salto en una distancia H_s igual a la existente entre la salida del rodete y el nivel del canal de desagüe aguas abajo; este órgano se conoce también como aspirador-difusor.

Se puede concebir también un aspirador no difusor, que recupere la altura H_s pero no la energía cinética residual $\frac{c_2^2}{2g}$, que estaría constituido simplemente por un tubo cilíndrico sumergido en el canal aguas abajo.

En las turbinas Francis lentas*, el papel principal del tubo de aspiración es crear la depresión estática (vacío) correspondiente a la altura de aspiración H_s, por lo que, fundamentalmente, actúa como aspirador.*

En las turbinas Francis rápidas y en las turbinas hélice y Kaplan*, ésta misión del aspirador disminuye, siendo su principal papel el de actuar como difusor.*

FORMAS DE LOS DIFUSORES.- Las formas de realización de los difusores varían con el n_s de la turbina y con el tipo de instalación. Para las turbinas de eje horizontal y pequeños valores de n_s el tubo de aspiración puede ser una simple tubería acodada, de sección creciente, Fig IV.22.a, que desemboca por debajo del nivel del agua del canal. Para reducir el efecto perjudicial del codo, se puede utilizar para la parte recta final una disposición inclinada.

Para las turbinas de eje vertical, la forma del difusor puede ser, para valores pequeños de n_s la de un simple tronco de cono, Fig IV.22.b, pero tiene el inconveniente de necesitar un canal de desagüe en la perpendicular de la turbina. Para paliar este inconveniente se puede utilizar un difusor-aspirador acodado Fig IV.27.

Las turbinas en las que c_2 es relativamente grande, van provistas de un aspirador-difusor de altura de aspiración pequeña a fin de evitar la cavitación, por cuanto a mayor c_2 menor p_2.

Como conviene que el ensanchamiento del tubo sea progresivo se adoptan tubos de aspiración acodados, en los que la recuperación de la velocidad se realiza, casi en su totalidad, en el tramo horizontal del codo. Cuando se utilizan en saltos muy pequeños de 1 a 2 metros, el rodete debe quedar por lo menos, a 1 metro por encima del nivel del canal. Como caso extremo sería posible utilizar un difusor que no crease ningún vacío estático, $H_s = 0$, o sin depresión en ningún punto, por lo que el rodete tendría que estar sumergido por debajo del nivel del canal de escape.

El aspirador-difusor acodado tiene la ventaja, sobre el aspirador recto, de reducir la profundidad de las fundaciones y por consiguiente, los trabajos de construcción, a veces muy costosos. Por el contrario tiene el inconveniente respecto a los demás, de que aumenta las dimensiones transversales y, por lo tanto, las de la sala de máquinas.

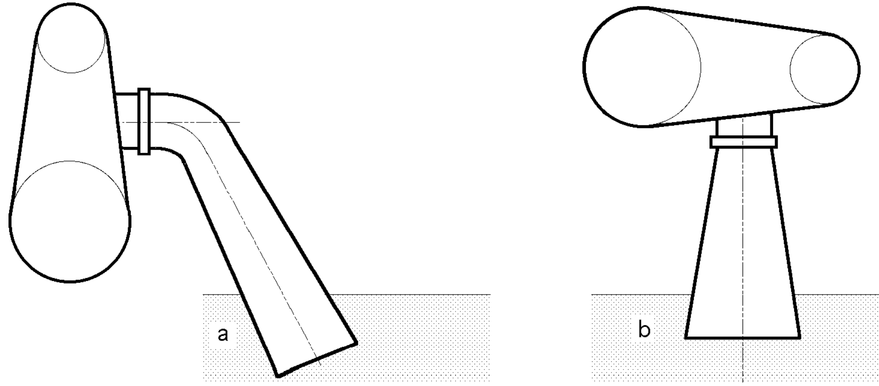


Fig IV.22.- Formas simples del difusor

TUBO DE ASPIRACIÓN VERTICAL

Ganancia de salto neto en el aspirador difusor.- Para calcular la ganancia de salto neto, o energía recuperada en el aspirador difusor, consideraremos dos situaciones: una turbina Francis con difusor B y otra sin él A, a las que aplicaremos el criterio europeo, Fig IV.23.

Turbina A: $H_n = \left(\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_2\right)$

Turbina B: $H'_n = \left(\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = \left(\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_a\right)$

$$H'_n - H_n = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + z_2 - z_a = \left| \begin{array}{l} z_2 - z_a = H_s \\ \frac{c_a^2}{2g} \to 0 \end{array} \right| \cong \frac{c_2^2}{2g} + H_s$$

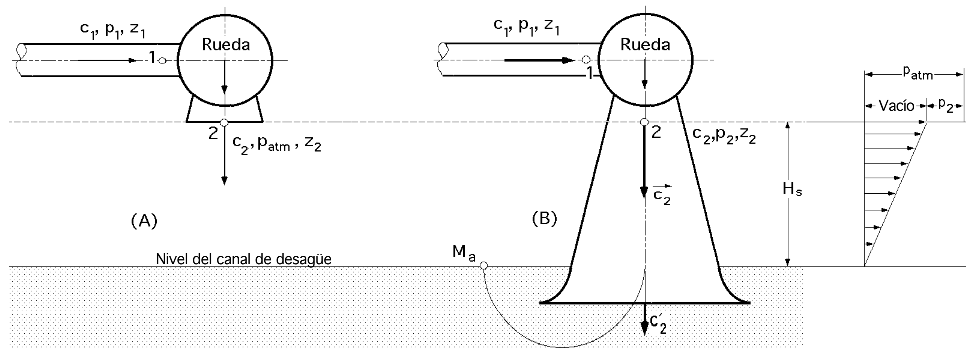


Fig IV.23.- Turbina sin y con tubo de aspiración

Ganancia de salto efectivo en el aspirador difusor.- Si se tienen en cuenta las pérdidas de carga en el difusor y a la salida, la energía recuperada en el aspirador-difusor, Fig IV.23, es:

Turbina (A): $H_{efec} = \left(\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_2 + h_r\right)$

Turbina (B): $H'_{efec} = \left(\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_r\right) =$

$$= \left(\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_a + h_r + h_s + h'_s\right)$$

$$H'_{efec} - H_{efec} = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2\,g} + (z_2 - z_a) - (h_s + h'_s) = \left| \begin{array}{l} \frac{c_a^2}{2\,g} \to 0 \\ h'_s = \frac{c_{2'}^2 - c_a^2}{2\,g} \approx \frac{c_{2'}^2}{2\,g} \end{array} \right| = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} + H_s - h_s$$

en la que: $\begin{cases} \dfrac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}, \text{ es la altura dinámica teórica de aspiración} \\ \dfrac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} - h_s, \text{ es la altura dinámica real de aspiración} \end{cases}$

RENDIMIENTO DEL ASPIRADOR-DIFUSOR.- Si se define el rendimiento del difusor η_d en la forma:

$$\eta_d = \frac{\frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} - h_s}{\frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}} \Rightarrow h_s = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}(1 - \eta_d) \;;\quad \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} - h_s = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}\,\eta_d$$

la energía realmente recuperada es: $H'_{efec} - H_{efec} = \dfrac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}\,\eta_d + H_s = \dfrac{p_{atm} - p_2}{\gamma}$

El rendimiento del difusor depende mucho de su forma; si está racionalmente construido puede llegar a ser de un 80% ÷ 90%; si es troncocónico y no se despega el agua de las paredes, se puede obtener un rendimiento comprendido entre el 50% ÷ 60% y si el difusor es acodado en ángulo recto, con sección circular en la turbina de eje horizontal, vale entre el 41% ÷ 50%.

La ***altura del tubo de aspiración*** H_s se obtiene de la anterior, en la forma:

$$H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}\,\eta_d = \left| \frac{c_{2'}^2}{2\,g} \to 0 \right| = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g}\,h_d = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g} + h_s$$

que depende de la altura representativa de la presión atmosférica $\dfrac{p_{atm}}{\gamma}$ donde está emplazado el rodete, de la velocidad c_2 de salida del agua del mismo, del rendimiento del tubo de aspiración y de la altura representativa de la presión a la entrada del tubo $\dfrac{p_2}{\gamma}$, que se puede considerar suma de la altura piezométrica y de la tensión de vapor, variable con la temperatura y despreciable hasta los 20ºC.

Para conseguir un buen funcionamiento y evitar problemas de cavitación en las Francis lentas y normales, es conveniente que la altura de presión $\dfrac{p_2}{\gamma}$ a la salida del rodete y entrada en el difusor, esté por encima de los 2 m.c.a., $\dfrac{p_2}{\gamma} > 2$ m.

Teniendo en cuenta que en un aspirador difusor bien construido, el valor de $\dfrac{c_{2'}^2}{2g}$ es muy pequeño, se puede admitir para H_s un valor que no se debe sobrepasar en ningún momento, de la forma:

$$H_s \le \frac{p_{atm}}{\gamma} - 2 - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d$$

Las pérdidas en el difusor son: $h_s = (1 - \eta_d)\,\dfrac{c_2^2}{2\,g}$

CURVAS DE ROGERS Y MOODY.- Aunque se ha considerado que la presión de seguridad p_2 debe ser mayor o igual que 2 m, en realidad, la presión límite p_2 por debajo de la cual no se debe descender depende

de los valores de n_s y H_s; Rogers y Moody proponen unas curvas que relacionan:

a) Los valores p_2, n_s y H_n en la forma, Fig IV.24: $\frac{p_2}{\gamma} = f_1(n_s)\, H_n \Rightarrow \frac{p_2}{\gamma\, H_n} = f_1(n_s)$

b) Los valores c_2, n_s y H_n en la forma, Fig IV.25:

$$\frac{c_2^2}{2\,g} = f_2(n_s)\, H_n = 5{,}57.10^{-5}\, n_s^{4/3}\, H_n \Rightarrow \frac{c_2^2}{2\,g\,H_n} = f_2(n_s) = \varphi_2^2$$

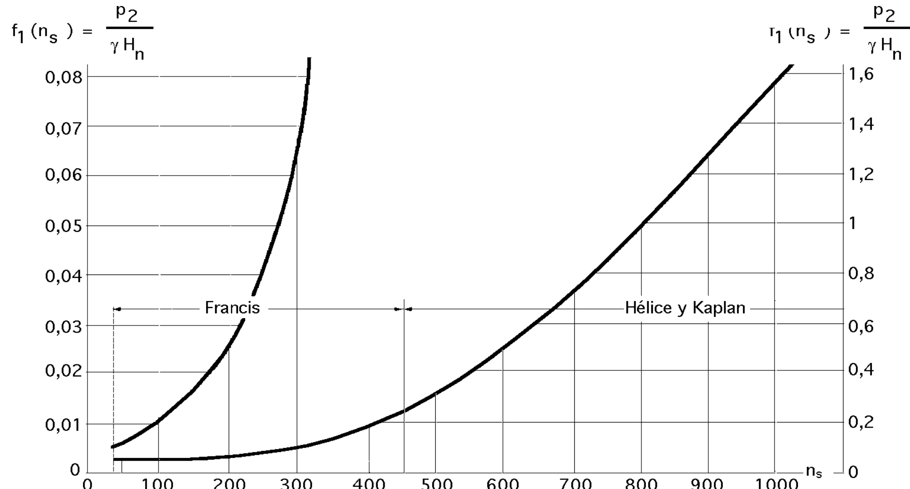


Fig IV.24.- Curvas de Rogers y Moody, para la determinación de $f_1(n_s)$

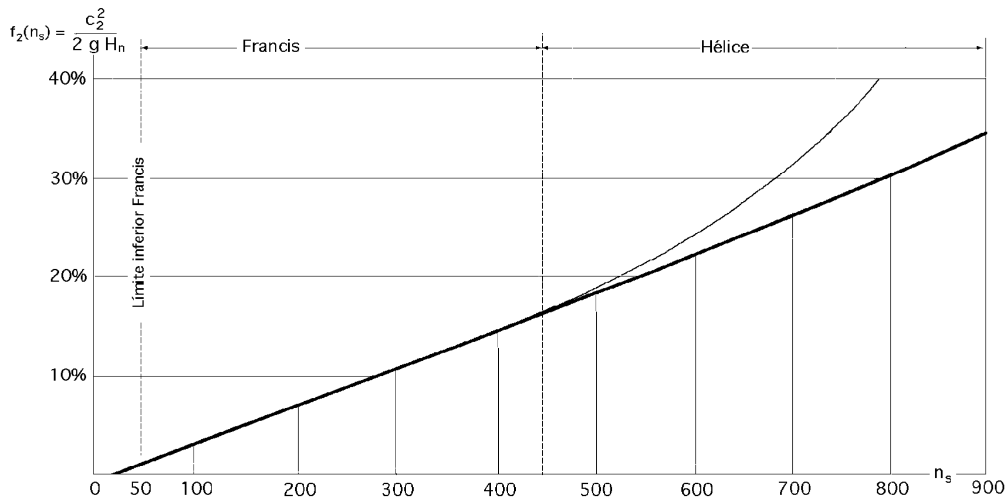


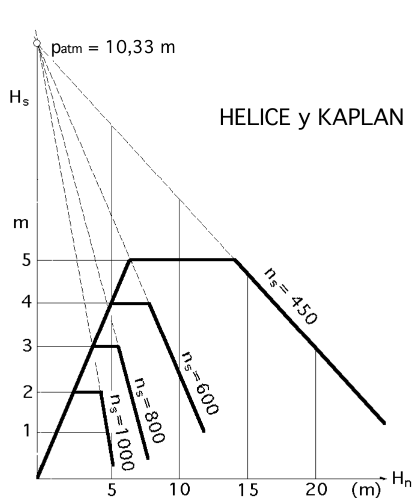
Fig IV.25.- Orden de magnitud de las pérdidas provisionales a la salida para calcular $f_2(n_s)$

de modo que si en una turbina se conocen n_s y H_n la altura máxima del tubo de aspiración H_s se calcula a partir de las expresiones anteriores para la velocidad específica n_s dada y de ahí los valores de p_2 y c_2.

Si se sustituyen estos valores en la expresión de H_s anteriormente deducida, se obtiene el valor de la altura máxima del tubo de aspiración en función de n_s y H_n:

$$H_s = \frac{p_{atm}}{\gamma} - f_1(n_s)\, H_n - f_2(n_s)\, H_n\, \eta_d = \left| \begin{matrix} f_1(n_s) = a_1 \\ f_2(n_s) = \varphi_2^2 \end{matrix} \right| = \frac{p_{atm}}{\gamma} - H_n\,(a_1 + \varphi_2^2\, \eta_d)$$

que es la ecuación de una recta, que dice que la altura máxima H_s del aspirador difusor varía linealmente con H_n como se muestra en la Fig IV.25.



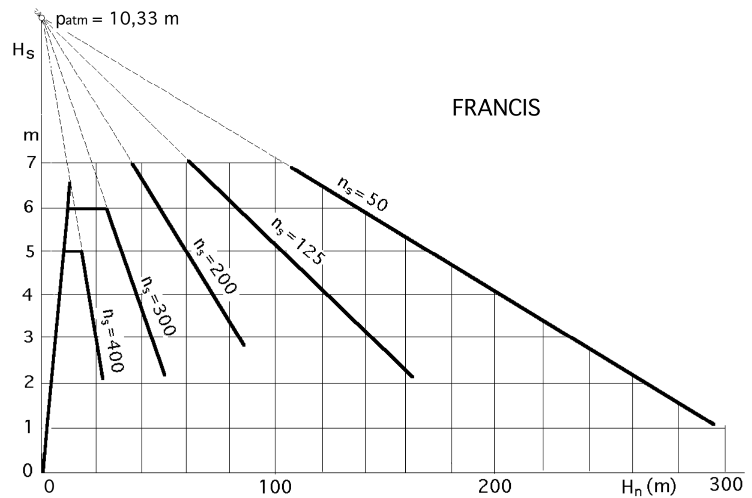


Fig IV.26.- Variación de H_s con H_n en turbinas Francis ($50<n_s<500$) y en turbinas hélice ($450<n_s<1000$)

DIFUSOR ACODADO.- Para el ***difusor acodado*** se puede establecer una teoría análoga a la del difusor recto, Fig IV.27.

La ***energía recuperada,*** igual al vacío en 2, vale: $H'_{efec} - H_{efec} = \dfrac{p_{atm} - p_2}{\gamma}$

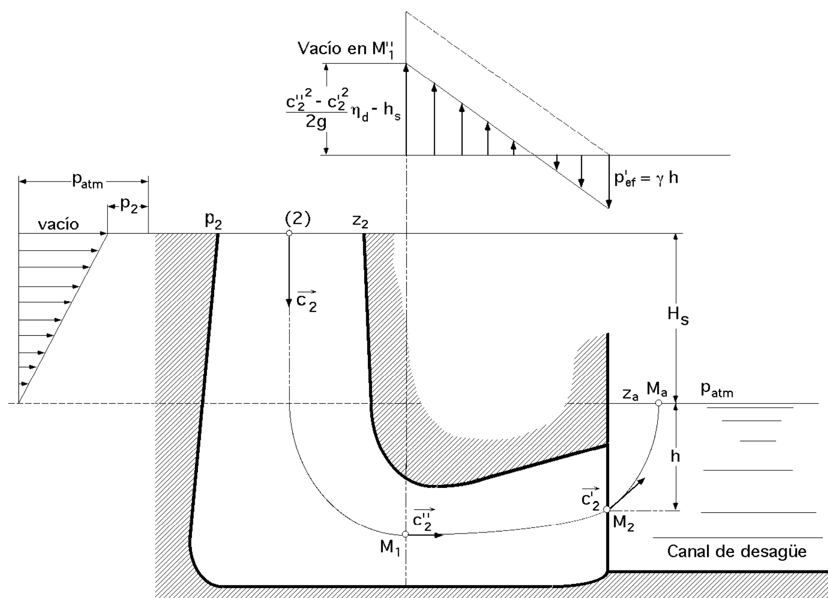


Fig IV.27.- Difusor acodado

Aplicando Bernoulli entre los puntos 2 y M_a del difusor acodado, se tiene:

$$\frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{c_a^2}{2\,g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_a + h_s + h'_s$$

$$\frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2\,g} + z_2 - z_a - h_s - h'_s = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2\,g} + H_s - h_s - h'_s$$

Despreciando $\dfrac{c_a^2}{2\,g}$ y teniendo en cuenta que las pérdidas por choque a la salida del difusor son:

$$h'_s \cong \frac{(c_{2'} - c_a)^2}{2\,g} \cong \frac{c_{a'}^2}{2g}$$

la energía recuperada es: $H'_{efec} - H_{efec} = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} - h_s + H_s = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}\,\eta_d + H_s$

y la altura del tubo de aspiración: $H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2g}\,\eta_d = \left| c_{2'}^2 \ll \right| = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d$

idéntica a la del aspirador-difusor no acodado.

IV.8.- COEFICIENTE DE THOMA

Hasta ahora no se ha tenido en cuenta la ***cavitación***, pero en las turbinas Francis puede aparecer localizada sobre las palas a la salida, fenómeno que se puede representar por la expresión $\frac{k\,w_1^2}{2g}$ y que hay que añadir a la ecuación anterior, por lo que H_s se puede poner en la forma:

$$H_s \le \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d - k\,\frac{w_1^2}{2\,g} = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \sigma\,H_n \quad \Rightarrow \quad \sigma \le \frac{\frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - H_s}{H_n}$$

en la que el coeficiente de Thoma compendia las pérdidas por rozamiento hidráulico y la cavitación, observándose que cuanto mayor sea el salto H_n menor será la altura de aspiración H_s; en la práctica, para que la columna de agua en el aspirador-difusor no se despegue de las paredes, el valor de H_s tiene que ser:

$$H_s = \begin{cases} \text{Turbinas Francis: } H_s < 6\text{ m} \\ \text{Turbinas hélice y Kaplan: } H_s < 4\text{ m} \end{cases}$$

Tabla IV.1.- Coeficientes de cavitación para diferentes velocidades específicas

n_s	50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
σ	0,04	0,05	0,08	0,13	0,22	0,31	0,45	0,6	0,7	0,9	1,5	2,1
Tipo turbina	Francis lenta	Francis lenta	Francis normal	Francis normal	Francis rápida	Francis rápida	Francis extra	Francis extra	Hélice y Kaplan			

El coeficiente σ de Thoma, cuyos valores numéricos se indican en la Tabla IV.1, y su representación gráfica en la Fig IV.28, define el límite de la cavitación; resolviendo la ecuación:

$$\sigma = \frac{\frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - H_s}{H_n}$$

se obtiene, para una turbina de nº específico de revoluciones n_s, un valor de σ que puede estar por encima o por debajo del coeficiente de Thoma definido en la Fig IV.28, indicando si la turbina está o no está en cavitación; el coeficiente de Thoma se determina experimentalmente, y depende del coeficiente k que es función de la longitud de los álabes; si éstos son largos $k \to 0$, la presión p_2 aumenta (la depresión disminuye), el coeficiente de cavitación disminuye y el peligro de cavitación también.

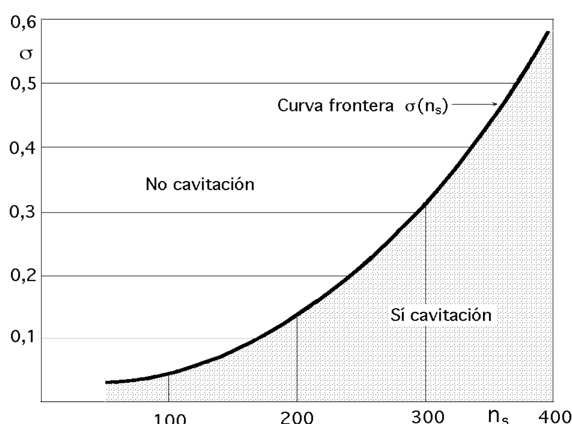


Fig IV.28.- Curva frontera de cavitación $\sigma = f(n_s)$ (Thoma)

Cuando H_s sea el máximo posible, el valor de σ es el de la curva frontera de cavitación, de la forma:

$$\sigma_{límite} = \frac{\dfrac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - H_{s_{máx}}}{H_n}$$

El caso más desfavorable se presenta para: $p_2 = 0 \;\Rightarrow\; H_s = \dfrac{p_{atm}}{\gamma} - \sigma H_n$

Otra forma del valor de σ es: $\sigma = \dfrac{\dfrac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - H_s}{H_n} = \left| H_s = \dfrac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \dfrac{c_2^2}{2 g} \eta_d - k \dfrac{w_1^2}{2 g} \right| =$

$$= \frac{\dfrac{c_2^2}{2 g} \eta_d + k \dfrac{w_1^2}{2 g}}{H_n} = \left| f_3(n_s) = \frac{w_1^2}{2 g H_n} = \xi_1^2 \right| = f_2(n_s)\, \eta_d + k\, f_3(n_s) = \varphi_2^2\, \eta_d + k\, \xi_1^2$$

En la Fig IV.28 se dan los límites de σ en función de n_s por encima de los cuales se evita la cavitación. El empleo de esta curva se puede generalizar a cualquier tipo de turbinas, por cuanto ***k*** es variable y ellas se han obtenido para un valor fijo de ***k***, lo cual implica que también lo sea la longitud del álabe.

El valor de σ debe ser el menor posible, pero siempre por encima del definido por la curva frontera de la Fig IV.28. Estas curvas se pueden tener presentes desde un punto de vista cualitativo, pero para los cálculos prácticos se puede utilizar la formulación propuesta tomando para p_2 los valores que proporciona el diagrama de Rogers y Moody tomando la precaución de que siempre $\dfrac{p_2}{\gamma} > 2$ m.c.a.

En lugares elevados, en los que la presión barométrica es pequeña, se obtienen valores más pequeños para H_s; si sale negativo, quiere decir que la turbina tiene que quedar sumergida, más baja que el nivel del canal de desagüe.

Tabla IV.2.- Correspondencia entre las alturas al nivel del mar, la presión media y la altura equivalente en metros de c.a., pérdidas de carga en metros y temperatura

Altitud sobre el nivel del mar (metros)	Presión atmosférica mm de Hg	Presión atmosférica metros c.a.	Pérdidas de carga metros	Pérdidas por temperatura (metros)
0	760	10,33	0,00	10ºC-0,125
100	751	10,21	0,12	15ºC-0,173
200	742	10,08	0,25	20ºC-0,236
300	733	9,96	0,37	25ºC-0,32
400	724	9,83	0,50	30ºC-0,43
500	716	9,71	0,62	35ºC-0,57
600	707	9,58	0,75	40ºC-0,745
700	699	9,46	0,87	45ºC-0,97
800	690	9,34	0,99	50ºC-1,25
900	682	9,22	1,11	55ºC-1,61
1000	674	9,11	1,22	60ºC-2,04
1100	666	9,00	1,33	65ºC-2,55
1200	658	8,89	1,44	70ºC-3,16
1300	650	8,78	1,55	89ºC-4,81
1400	642	8,67	1,66	90ºC-7,15
1500	635	8,56	1,77	100ºC-10,33
1600	627	8,45	1,88	

Número específico de revoluciones n_s a no sobrepasar para evitar la cavitación.- Para evitar la cavitación es conveniente que en la ecuación:

$$f_2(n_s) = \frac{c_2^2}{2\,g\,H_n} = \varphi_2^2 = 0{,}0000557\;n_s^{4/3}$$

el término cinético $\frac{c_2^2}{2g}$ no sobrepase de una cierta fracción del valor de H_n por cuanto al aumentar dicho término disminuye la presión p_2 a la salida de la turbina, aumentando la cavitación, por lo que para cada salto H_n existirá un valor límite de $\frac{c_2^2}{2g}$ que no se debe sobrepasar.

Tablas IV.3.- Coeficientes de cavitación σ para diferentes velocidades específicas en turbinas unidad

Turbinas Francis

Tipo	n_s	Q_{11}	n_{11}	$H_{máx}$	σ
Lenta	60-125	0,10-0,35	60,8-63.6	700-420	0,041-0,060
Normal	125-175	0,35-0,59	63,6-67,5	420-241	0,060-0,085
	175-225	0,59-0,83	67,5-72,6	241-150	0,085-0,120
Rápida	225-290	0,83-1,13	72,6-81,0	150-90	0,120-0,185
	290-350	1,13-1,28	81,0-92,2	90-64	0,185-0,270

Turbinas hélice y Kaplan

Tipo	n_s			Q_{11}	n_{11}	$H_{máx}$	σ
8 palas	280	410	530	0,93-1,29	85-145	50	0,30-0,55
6 palas	380	520	650	1,29-1,60	100-155	35	0,65-0,85
5 palas	460	630	800	1,60-2,00	110-170	20	0,30-1,20
4 palas	570	710	880	2,00-2,35	120-180	15	1,20-1,60
3 palas	670	730	1070	2,35-2,45	135-200	6	1,80-3,50

IV.9.- PERFIL DEL ASPIRADOR-DIFUSOR

Si se considera que el agua circula por la turbina en condiciones ideales, se puede prescindir del rozamiento en las paredes, y si se considera a su vez un proceso isotérmico, en un campo de fuerzas conservativo, (el campo terrestre), la circulación de la velocidad a lo largo de un contorno cerrado es constante. También se verifica que si en un instante dado existe un potencial de velocidades, éste se conserva si se cumplen las condiciones anteriores.

El potencial φ de velocidades, propuesto por Präsil, para el estudio del aspirador difusor, es de la forma:

$$\varphi = (-x^2 - y^2 + 2\,z^2)\,m$$

en el que el eje Oz coincide con la vertical, (dirección del campo terrestre), positivo hacia arriba.

Como el potencial φ = Cte, ***la ecuación de las superficies equipotenciales*** es: $x^2 + y^2 - 2\,z^2 = \text{Cte}$

En esta situación, si la velocidad tiene de componentes, u, v, w, se puede poner:

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = -2\,x\,m \;;\quad v = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -2\,y\,m \;;\quad w = \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 4\,z\,m$$

y la ecuación de las superficies de igual velocidad:

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2 = 4\,m^2(x^2 + y^2 + z^2) \quad\Rightarrow\quad x^2 + y^2 + 4\,z^2 = \text{Cte}$$

Las líneas de corriente ψ en un movimiento permanente coinciden con las trayectorias, y son ortogonales a las superficies equipotenciales φ; su ecuación es de la forma:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \;;\; \begin{cases} \dfrac{dx}{u} = \dfrac{dz}{w} \;;\; \dfrac{dx}{-2\,x\,m} = \dfrac{dz}{4\,m\,z} \;;\; \dfrac{dx}{x} = -\dfrac{dz}{2\,z} \;\Rightarrow\; z\,x^2 = k_1 \\ \dfrac{dy}{v} = \dfrac{dz}{w} \;;\; \dfrac{dy}{-2\,y\,m} = \dfrac{dz}{4\,m\,z} \;;\; \dfrac{dy}{y} = -\dfrac{dz}{2\,z} \;\Rightarrow\; z\,y^2 = k_2 \end{cases}$$

Para que no exista cavitación, el perfil de la pared del difusor tiene que coincidir con las líneas de corriente; si la sección transversal del difusor es circular, para cada valor de ***z*** se tiene:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

y sustituyendo los valores de las líneas de corriente ψ se obtiene la fórmula de Präsil:

$$\frac{k_1}{z} + \frac{k_2}{z} = r^2 \;;\; k_1 + k_2 = z\,r^2 \;;\; k = z\,r^2$$

que es la ecuación de las superficies de flujo y, por lo tanto, la del perfil de la superficie de la pared del tubo de aspiración, (que debe ser vertical), y que mejor se ajusta a la ley de variación de la velocidad cumpliendo las mejores condiciones para lograr una corriente continua de agua. La constante ***k*** se calcula para velocidades del agua a la salida del difusor $c_{2'}$ muy pequeñas, inferiores a 1 m/seg.

En las turbinas hélice y Kaplan, en las que la velocidad c_2 de entrada en el tubo de aspiración debe ser grande para obtener un diámetro D_2 pequeño y gran número de rpm, se hace preciso recuperar gran parte de la energía perdida; para reducir estas pérdidas se tiene que disminuir la velocidad del agua a la salida del tubo de aspiración, $c_{2'} < 1$ m/seg, haciéndolo de mayor longitud, con gran ensanchamiento en el desagüe, y en forma acodada.

IV.10.- REGULACIÓN DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN

Según el método operativo, los sistemas de regulación de velocidad se pueden clasificar en dos grupos: ***a) De regulación directa; b) De regulación indirecta***

REGULACIÓN DIRECTA.- Para el caso de regulación directa, Fig IV.29, un regulador centrífugo responde a las variaciones de velocidad de la turbina, y mueve directamente el mando de regulación que abrirá o cerrará la sección de entrada. Si la carga disminuye, el momento resistente disminuirá, y al acelerarse la turbina, los contrapesos del regulador tienden a separarse del eje de rotación y levantar el manguito; una palanca con punto de apoyo en 0 accionará un mecanismo de cierre que disminuirá el caudal. El par motor disminuye y se consigue el equilibrio dinámico a unas rpm superiores a las anteriores; cada posición del mecanismo de cierre se corresponde con otra de los contrapesos, lo que implica una velocidad predeterminada.

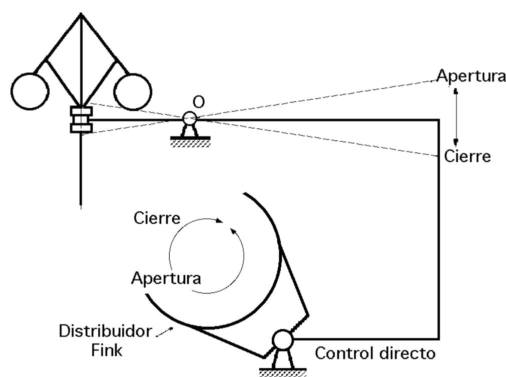


Fig IV.29.- Sistema de regulación de control directo

Este método de control, típicamente estático, no se puede aplicar a la regulación de turbinas hidráulicas, por las siguientes razones:

a) Ocasiona grandes variaciones de velocidad, y una serie de irregularidades relativamente grandes.

b) Como la fuerza necesaria para regular una turbina hidráulica es grande resulta que este mecanismo no puede proporcionar una respuesta a las variaciones de velocidad lo suficientemente poderosa como para proporcionar dicha fuerza, ya que, incluso en el caso de grandes contrapesos la fuerza que actuaría en el manguito no llegaría más que a una fracción de kg, frente a la que precisarla la corona que ajusta al distribuidor que puede llegar a ser de varias toneladas. Si se incrementa mucho el peso de los contrapesos, la sensibilidad del mando disminuiría al aumentar los efectos de rozamiento e inercia.

c) El sistema de regulación de control directo no es operativo para las turbinas hidráulicas, debido a que el movimiento del mecanismo de cierre es síncrono con las variaciones de amplitud de los contrapesos que son demasiado rápidas para operar en las mismas; el tiempo de cierre del obturador se tiene que fijar independientemente del movimiento del elemento sensible a la velocidad, para reducir o evitar completamente el golpe de ariete.

REGULACIÓN INDIRECTA.- El principio general de un sistema de ***regulación indirecta*** se representa esquemáticamente en la Fig IV.30; los principales elementos que componen el mismo son:

a) Un elemento sensible a la velocidad, consistente en unos contrapesos con un manguito y una palanca que se apoya y puede girar alrededor de un punto 0. El elemento sensible a la velocidad puede ser también de tipo electromagnético, con una bobina sensible a las variaciones de frecuencia, que las transforma en movimiento mecánico.

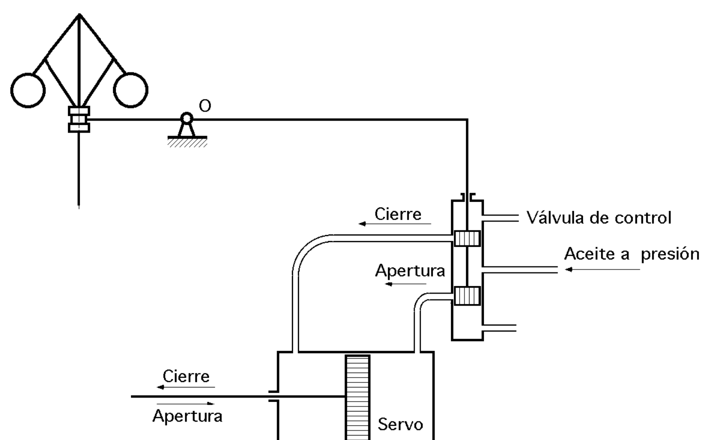


Fig IV.30.- Sistema de regulación indirecta

b) Una válvula de control o válvula de distribución, accionada a través de la palanca por los elementos sensibles a la velocidad; su cometido es el de distribuir el aceite a presión y enviarlo al correspondiente lado del servomotor. La válvula de control está provista de un pistón doble, de forma que el espacio entre los pistones esté siempre a presión; el doble pistón está en equilibrio indiferente, y pequeñísimas fuerzas externas bastan para desplazarlo. Esta válvula de control tiene una entrada y dos salidas de aceite, así como dos tubos en conexión con el servomotor.

c) El servomotor, que por medio de fuerzas hidráulicas controla la posición de la varilla que acciona al distribuidor. Esencialmente consiste en un pistón cuyo diámetro interior viene dado por la fuerza máxima necesaria que requiera el ajuste del distribuidor; la presión de aceite suele ser de 10 a 15 atm., aunque en el caso de unidades muy grandes puede ser superior. La velocidad de respuesta del pistón es una función de la cantidad de aceite proporcionada por el cilindro.

El principio operativo se puede seguir mediante la Fig IV.31. Si la carga disminuye, la turbina tenderá a acelerarse, los contrapesos se elevan, y el manguito es arrastrado también hacia arriba y acciona por medio de la palanca pivotada la válvula de control, con lo que el aceite a presión entra al lado del servomotor correspondiente al cierre, cerrando el vástago de ajuste al distribuidor. Al mismo tiempo, el aceite del lado de apertura vuelve al depósito, de donde una bomba lo devuelve al circuito de control. Como consecuencia del cierre del distribuidor, la turbina tiende a desacelerarse, por lo que contrapesos, manguito y válvula de control, vuelven a su posición inicial, cesando la corriente de aceite y alcanzándo-

se una nueva posición de equilibrio, con diferente apertura del distribuidor, pero a las mismas revoluciones por minuto.

El punto de apoyo 0 de la palanca se puede ajustar por medio de una rueda, para mantener la velocidad de régimen; este método de regulación, aunque sumamente sencillo, no da resultados satisfactorios en la práctica; en efecto, si se supone existe una súbita disminución de la carga, la velocidad aumentará, y el regulador comenzará a cerrar; cuando se llegue al equilibrio entre el par motor y el resistente, no se tendrá aceleración posterior. Sin embargo, por ser la velocidad de la turbina algo mayor que la de régimen, el proceso de cierre tiene que continuar, disminuyendo la velocidad. Cuando la velocidad llegue otra vez a la de régimen, el par motor será menor que el resistente, por lo que la velocidad deberá continuar disminuyendo; debido a ésto, el regulador tiende a abrir el distribuidor, por lo que todo el proceso se reduce a una serie de cierres y aperturas, no siendo utilizable.

Para prevenir un sobrecontrol excesivo en la apertura o el cierre del distribuidor, se utiliza un mecanismo de control por retorno, que constituye el cuarto elemento principal del regulador. Esencialmente consiste en acoplar el desplazamiento del pistón del servo al del punto de apoyo 0 de la palanca del regulador. Una leva o rampa de deslizamiento que fija al vástago del pistón del servo mueve una varilla y desplaza por medio de un enlace apropiado el punto de apoyo de la palanca del regulador. Para aclarar el principio del retorno en el proceso de regulación, supongamos de nuevo que la carga disminuye súbitamente; la velocidad tiende a aumentar y el pistón de la válvula de control se moverá hacia abajo, ya que el punto de apoyo de la palanca del regulador actúa momentáneamente como un centro de rotación fijo.

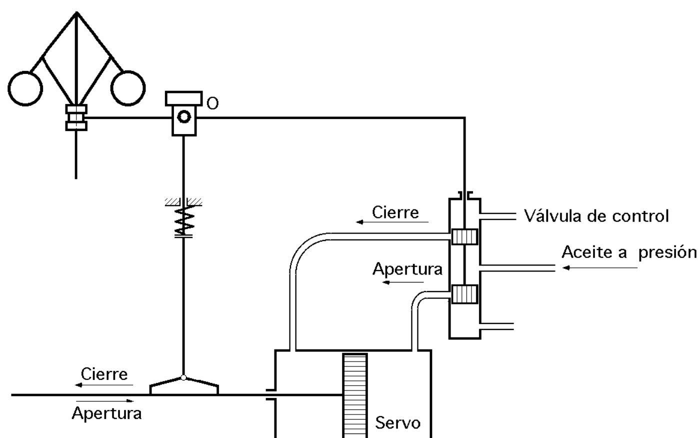


Fig IV.31.- Mecanismo de control por retorno

Cuando el servomotor inicia su movimiento de cierre, el mecanismo de restitución elevará el punto de apoyo de la palanca del regulador, actuando el manguito como centro de rotación, moviéndose el otro extremo de la palanca hacia arriba arrastrando consigo a la válvula piloto; si se proyectan adecuadamente el mecanismo de restitución y los demás elementos, el cierre que seguía al movimiento de apertura se puede detener en sus primeros momentos, previniéndose así los fallos anteriormente señalados.

Aún así, cada posición de equilibrio se tiene para cada posición de la válvula de control, lo cual acontece para diferentes posiciones del manguito del regulador. La posición de la leva y, por tanto, la altura del punto de apoyo depende de la apertura del distribuidor, que es proporcional a la carga de la turbina. La carga más baja se corresponde con la posición más alta del punto de apoyo 0 en un estado de equilibrio; una posición diferente del manguito del regulador debe corresponderse con un estado de carga determinado, y con una velocidad concreta, siendo el sistema de control estático, por cuanto, como hemos dicho, a una velocidad más baja corresponde una carga más alta, y viceversa. Este sistema de control se conoce como ***control por retorno rígido.***

La posibilidad de un control manual hay que tenerla siembre presente; el pistón del servo se debe abrir o cerrar a mano durante el arranque o parada de la turbina y se tiene que poder ajustar también a mano en caso de desarreglos en el mecanismo de control automático.

La capacidad del regulador se define por el trabajo obtenido en el servo, al multiplicar la fuerza del servo por su carrera.; la capacidad se puede determinar mediante la siguiente fórmula empírica, en la

que N es la potencia de la turbina y ϕ un coeficiente:

$$A = \phi \frac{N}{\sqrt{H_n}} \text{ (Kgm)}$$

El valor de ϕ es: $\begin{cases} 1,5 < \phi < 2,8 \text{ para turbinas Francis con caracol} \\ 2,2 < \phi < 2,5 \text{ para turbinas Francis con cámara abierta} \end{cases}$

Para pequeñas unidades los valores de la capacidad son del orden de 50 a 100 kg.cm con una carrera de 10 a 15 cm

Para grandes unidades, los valores de la capacidad son del orden de 1000 a 10000 Kgm, y aún mayores para casos especiales

Los reguladores de inercia representan un avance significativo en las técnicas de regulación de la velocidad, por cuanto son sensibles no sólo a la velocidad, sino también a la aceleración. El valor máximo de la aceleración se alcanza inmediatamente después de la variación de carga; vale cero cuando la velocidad es máxima.

En el transitorio de aumento de velocidad, la velocidad angular y la aceleración tienen el mismo signo, mientras que en el transitorio de deceleración son de signos opuestos; en caso de un súbito decrecimiento de la carga, la suma de las acciones de la velocidad y aceleración es máxima al comienzo del transitorio, obligando al regulador a cerrar rápidamente. El resultado final es una importante reducción de las oscilaciones del regulador.

IV.11.- CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN

El funcionamiento de la turbina, para los diferentes regímenes posibles, viene definido por la superficie característica $f(H_n, Q, n) = 0$; cada punto de esta superficie se corresponde con un punto de funcionamiento de la turbina.

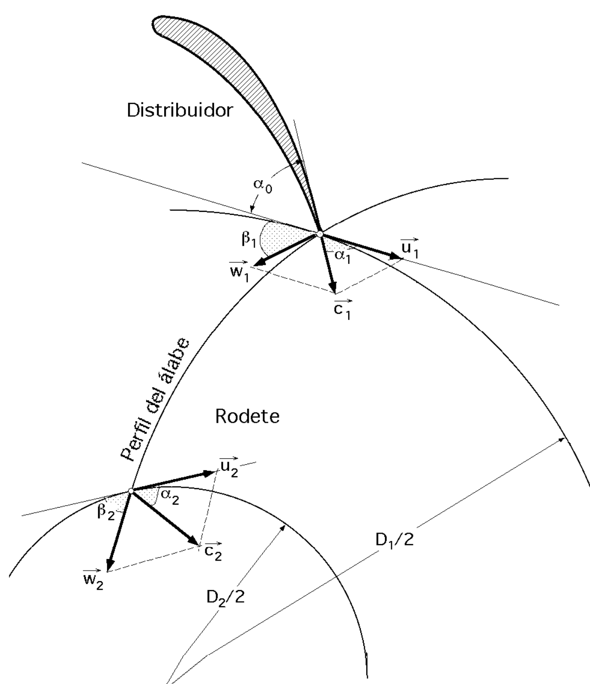


Fig IV.32.- Triángulos de velocidades a la entrada y a la salida

La ecuación fundamental de las turbinas se puede poner en la forma:

$$H_{efec} = \frac{u_1\, c_{1n} - u_2\, c_{2n}}{g} = \left| \begin{matrix} c_{1n} = c_{1m} \cot g\, \alpha_1 = \frac{Q}{\Omega_1} \cot g\, \alpha_1 \\ c_{2n} = u_2 - w_2 \cos \beta_2 = u_2 - c_{2m} \cot g\, \beta_2 = u_2 - \frac{Q}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2 \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{1}{g} \{u_1 \frac{Q}{\Omega_1} \cot g\, \alpha_1 - u_2 (u_2 - \frac{Q}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2)\} = \left| u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60} \;;\; u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} \right| =$$

$$= \frac{1}{g} \{\frac{\pi D_1 n}{60} \frac{Q}{\Omega_1} \cot g\, \alpha_1 - \frac{\pi D_2 n}{60} (\frac{\pi D_2 n}{60} - \frac{Q}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2)\} = \frac{\pi Q n}{60\, g} (\frac{D_1}{\Omega_1} \cot g\, \alpha_1 + \frac{D_2}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600\, g}$$

$$H_n = \frac{\pi Q n}{60\, g\, \eta_{man}} (\frac{D_1}{\Omega_1} \cot g\, \alpha_1 + \frac{D_2}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600\, g\, \eta_{man}}$$

es la ecuación de la superficie característica de la turbina, (paraboloide hiperbólico).

CURVA CARACTERÍSTICA PARA n = Cte Y APERTURA DEL DISTRIBUIDOR FIJA, α_1 = Cte

Al ser: n = Cte ; α_1 = Cte ; β_2 = Cte (por ser un dato constructivo), se tiene:

$$H_{efec} = \frac{\pi Q n}{60\, g} (\frac{D_1}{\Omega_1} \cot g\, \alpha_1 + \frac{D_2}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600\, g} = B\, Q - A$$

que es una recta, Fig IV.33, en la que tanto α_1 como β_2 son siempre inferiores a 45º, (entre 20º y 30º), por lo que su pendiente es siempre positiva.

El valor de A es idéntico al de las curvas características de las bombas: $A = \frac{u_2^2}{g} = \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600\, g}$

El valor de B depende del tipo de turbina:

Francis: $H_{efec} = \left| \Omega_1 = \pi D_1 b_1 k_1 \;;\; \Omega_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \right| = \frac{Q\, n}{60\, g} (\frac{\cot g\, \alpha_1}{b_1\, k_1} + \frac{4}{D_2} \cot g\, \beta_2) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600\, g}$

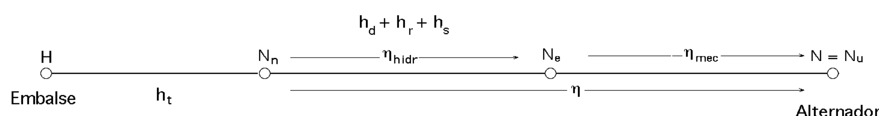
$$B = \frac{n}{60\, g} (\frac{\cot g\, \alpha_1}{b_1\, k_1} + \frac{4}{D_2} \cot g\, \beta_2)$$

Kaplan: $H_{efec} = \left| \Omega_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \;;\; \Omega_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \right| = \frac{Q\, n}{15\, g} (\frac{\cot g\, \alpha_1}{D_1} + \frac{\cot g\, \beta_2}{D_2}) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600\, g}$

$$B = \frac{n}{15\, g} (\frac{\cot g\, \alpha_1}{D_1} + \frac{\cot g\, \beta_2}{D_2})$$

Para un régimen cualquiera el salto H_n es:

$$H_n = H - h_t = \left| H_{efec} = H - \sum h_i = H_n - (h_d + h_r + h_s + P_{choque}) \right| = H_{efec} + (h_d + h_r + h_s + P_{choque})$$



a) Se puede admitir que las pérdidas por rozamiento en el distribuidor h_d, rodete h_r, y tubo de aspiración h_s, son proporcionales al cuadrado del caudal Q y vienen representadas, por lo tanto, por una pará-

bola P_1 de la forma:

$$h_d + h_r + h_s = k_1\, Q^2$$

b) También se puede admitir que cuando la turbina no trabaja en condiciones de diseño, y por cambio brusco de la dirección del agua, las ***pérdidas por choque*** varían con el caudal según otra parábola P_2 de la forma:

$$h_c = h'_d + h'_s = \mu\, n^2 + \lambda\, n\, Q + k_2\, Q^2$$

que tiene un mínimo en el punto A correspondiente al funcionamiento óptimo, Fig IV.33.

La curva característica de la turbina, (ecuación que viene representada por P_3), ***es:***

$$H_n = H_{efec} + m\, n^2 + l\, n\, Q + (k_1 + k_2)\, Q^2 = H_{efec} + m\, n^2 + l\, n\, Q + k^* Q^2 = H_{efec} + C\, Q^2 = -A + B\, Q + C\, Q^2$$

La potencia efectiva es:

$$N_{efec} = \gamma\, Q\, H_{efec} = \frac{\gamma\, \pi\, Q^2\, n}{60\, g}\left(\frac{D_1 \cot g\, \alpha_1}{\Omega_1} + \frac{D_2 \cot g\, \beta_2}{\Omega_2}\right) - \frac{\gamma\, \pi^2\, Q\, D_2^2\, n^2}{3600\, g} = \left|\text{Francis con } k_1 = 1\right| =$$

$$= \frac{\gamma\, Q^2 n}{60\, g}\left(\frac{\cot g\, \alpha_1}{b_1} + \frac{4 \cot g\, \beta_2}{D_2}\right) - \frac{\gamma\, \pi^2\, Q\, D_2^2\, n^2}{3600\, g} = B^* Q^2 - A^* Q \;,\quad \text{siendo: } \begin{cases} A^* = \gamma\, A \\ B^* = \gamma\, B \end{cases}$$

que es la ecuación de una parábola P_4 que pasa por el origen 0 y por el punto B, Fig IV.33.

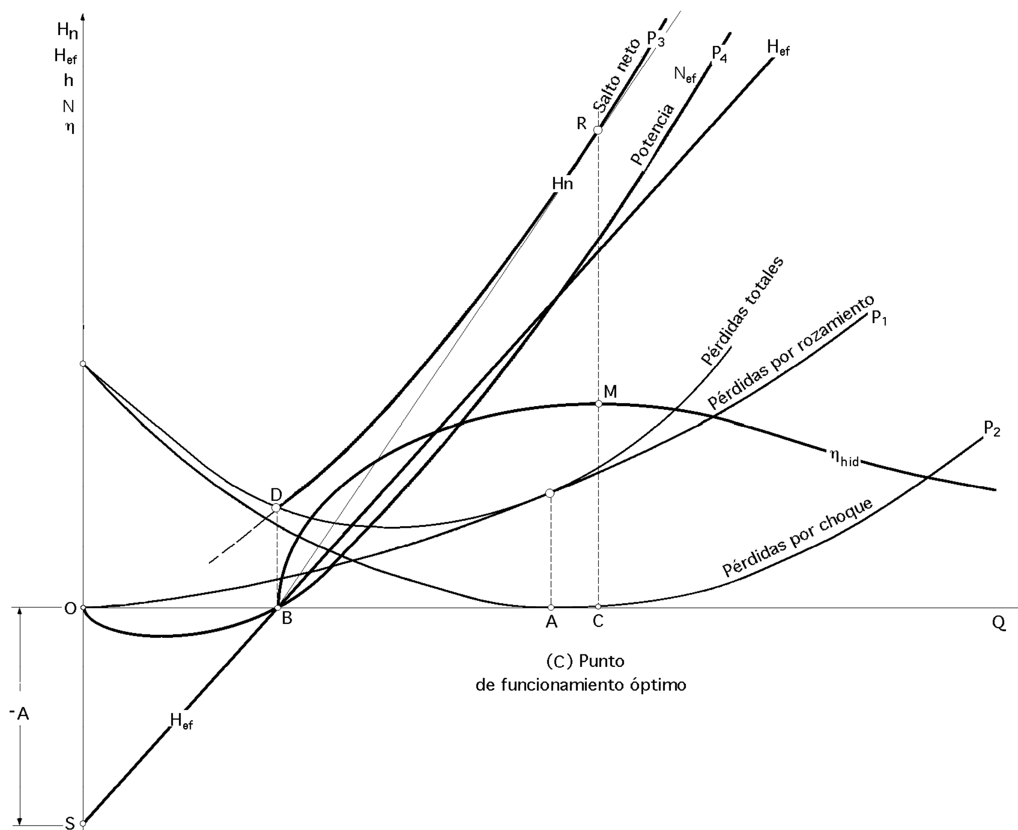


Fig IV.33.- Curvas características

El rendimiento hidráulico: $\eta_{hid} = \frac{H_{efec}}{H_n} = \frac{-A + BQ}{-A + BQ + CQ^2}$ se representa mediante una curva que pasa por el punto B para $H_{ef} = 0$; su máximo lo tiene en el punto M y disminuye asintóticamente con el eje de abscisas al aumentar Q, es decir, $\eta_{hid} = 0$ para $Q \to \infty$.

El rendimiento máximo se obtiene para un punto C ligeramente superior al punto A de funcionamiento óptimo; como en esta zona, la parábola P_2 toma valores de H_{ef} muy pequeños, las pérdidas que influirán muy notoriamente serán las correspondientes a la parábola P_1, es decir, las pérdidas por rozamiento en el distribuidor, rodete y tubo de aspiración.

CURVAS CARACTERÍSTICAS PARA n = Cte Y APERTURA DEL DISTRIBUIDOR VARIABLE.- A cada apertura ***x*** del distribuidor, corresponde un ángulo α_1 y una recta de H_{ef} representativa de la característica, $H_{ef} = f(Q)$**.** Para todas las aperturas del distribuidor correspondientes a una misma velocidad ***n***, el conjunto de las rectas H_{ef} concurre en un mismo punto S sobre el eje de ordenadas, ya que todas ellas mantienen la misma ordenada en el origen. A cada recta corresponde para cada salto H_n un conjunto de curvas P, Fig IV.34.

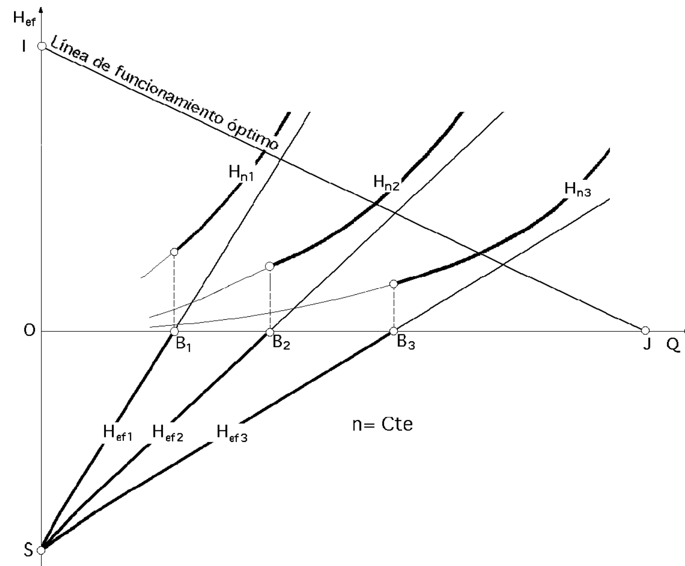


Fig IV.34.- Curvas características para n= Cte y diversas aperturas α_1 del distribuidor

Al ser variable el grado de apertura del distribuidor ***x*** también lo será el ángulo α_1; como para cada valor de α_1 el punto de funcionamiento óptimo tiene lugar cuando w_1 es tangente al álabe a la entrada, ***el lugar geométrico de estos puntos de funcionamiento óptimo se obtiene eliminando*** α_1, como sigue:

$$H_{efec} = \frac{1}{g} \{ \frac{u_1 Q}{\Omega_1} \cot g\, \alpha_1 - u_2 (u_2 - \frac{Q}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2)\} = \left| \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{c_{1m}}{c_{1n}} = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1m} \cot g\, \beta_1} \right| =$$

$$= \frac{1}{g} \{ \frac{u_1 Q}{\Omega_1} \frac{u_1 - c_{1m} \cot g\, \beta_1}{c_{1m}} - u_2^2 + u_2 \frac{Q}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2)\} = \left| c_{1m} = \frac{Q}{\Omega_1} \;;\; u_1 = u_2 \frac{D_1}{D_2} \right| =$$

$$= \frac{1}{g} \{ \frac{u_2 \frac{D_1}{D_2} Q}{\Omega_1} \frac{u_2 \frac{D_1}{D_2} - \frac{Q}{\Omega_1} \cot g\, \beta_1}{\frac{Q}{\Omega_1}} - u_2^2 + u_2 \frac{Q}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2\} =$$

$$= \frac{1}{g} \{u_2^2 (\frac{D_1}{D_2})^2 - u_2 \frac{D_1}{D_2} \frac{Q}{\Omega_1} \cot g\, \beta_1 - u_2^2 + u_2 \frac{Q}{\Omega_2} \cot g\, \beta_2\} =$$

$$= \frac{u_2^2}{g} (\frac{D_1^2}{D_2^2} - 1) - \frac{u_2}{g\, \Omega_2} (\frac{D_1\, \Omega_2}{D_2\, \Omega_1} \cot g\, \beta_1 - \cot g\, \beta_2)\, Q = M - N\, Q$$

que es una ecuación en la que no figura α_1 y representa el lugar geométrico de los puntos de funcionamiento en régimen óptimo para (n = Cte) y cualquier grado de apertura *x* del distribuidor, Fig IV.34; en un diagrama (H_{ef}, Q) viene representada por la recta (IJ), cuya ordenada en el origen M y pendiente N, son:

$$M = (OI) = \frac{u_2^2}{g} (\frac{D_1^2}{D_2^2} - 1) \quad ; \quad N = \frac{u_2}{g\, \Omega_2} (\cot g\, \beta_2 - \frac{D_1 \Omega_2}{D_2 \Omega_1} \cot g\, \beta_1)$$

Los puntos de intersección I_1, I_2, I_3,... de la recta (IJ) con cada una de las curvas características (SB_1), (SB_2), (SB_3), representan los puntos de funcionamiento óptimo, para las diversas aperturas del distribuidor, Fig IV.35. Los puntos L_1, L_2, L_3,... representan las alturas netas correspondientes al régimen óptimo para cada apertura. Uniendo los puntos L_1, L_2, L_3,.. se obtiene otra curva, representada a trazos; la tangente a esta curva desde el punto J, permite obtener el punto de funcionamiento más elevado posible, por cuanto el $\eta_{hid} = \frac{I_x i_x}{L_x i_x}$ es el máximo que se puede alcanzar.

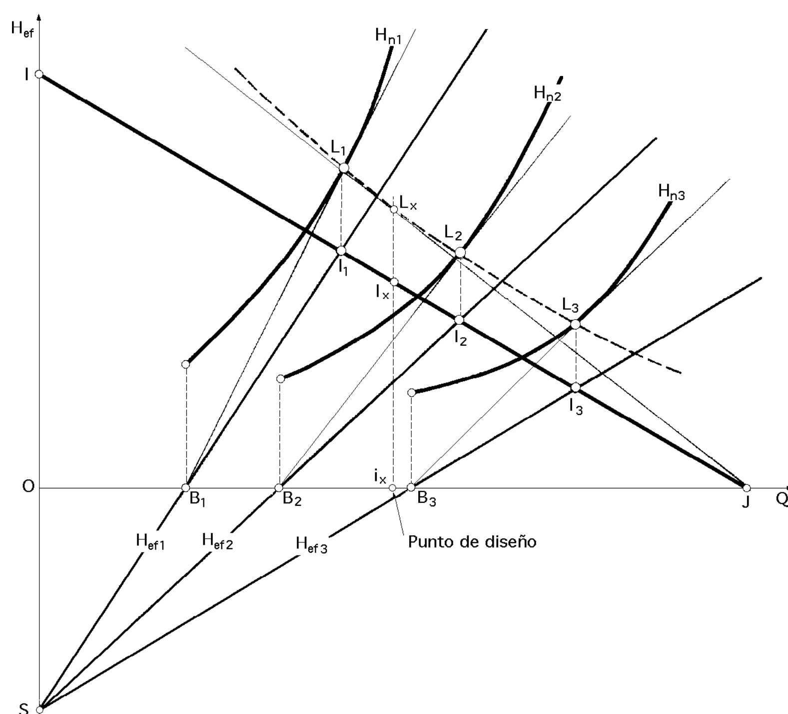


Fig IV.35.- Puntos de funcionamiento óptimos para n = Cte y diversos grados de apertura del distribuido

RENDIMIENTO.- Si sobre cada curva característica se determinan los puntos de rendimiento, 0,9- 0,8- 0,7, etc, y se unen los correspondientes de igual rendimiento de todas las curvas características, se obtiene la colina de rendimientos.

Si en el punto A de la Fig IV.36 se tiene un salto neto H_{nA} para un rendimiento η_1 al que corresponde el caudal Q_A, al mantener el salto constante y modificar el caudal, es evidente que el rendimiento dismi-

nuirá por cuanto en los puntos B, C, es menor, por lo que Q_A será el caudal óptimo para este salto H_{nA}. También se deduce que al disminuir el caudal óptimo, conservando el salto, decrece el rendimiento y aumentan las pérdidas, sobre todo las debidas al choque.

También se puede considerar una colina de rendimientos en el diagrama (H_n, N_{ef}), de forma que el paso de una colina a otra se realiza a partir de una curva de igual rendimiento en el diagrama (H_n, Q) y tomando sobre ella pares de valores (H_n, Q) se determina la potencia correspondiente mediante la ecuación:

$$N_{efec} = \frac{\gamma\, Q\, H_n\, \eta_{hid}}{75}$$

obteniéndose así los puntos (N_{ef}, H_n) de la segunda colina, existiendo para cada valor de H_n dos valores de Q, y por lo tanto, dos de N_{ef}.

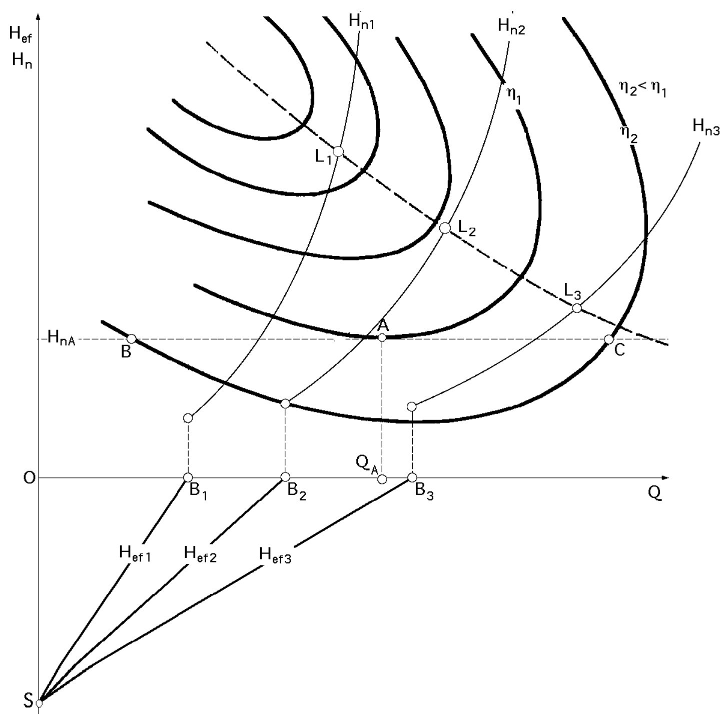


Fig IV.36.- Colina de rendimientos

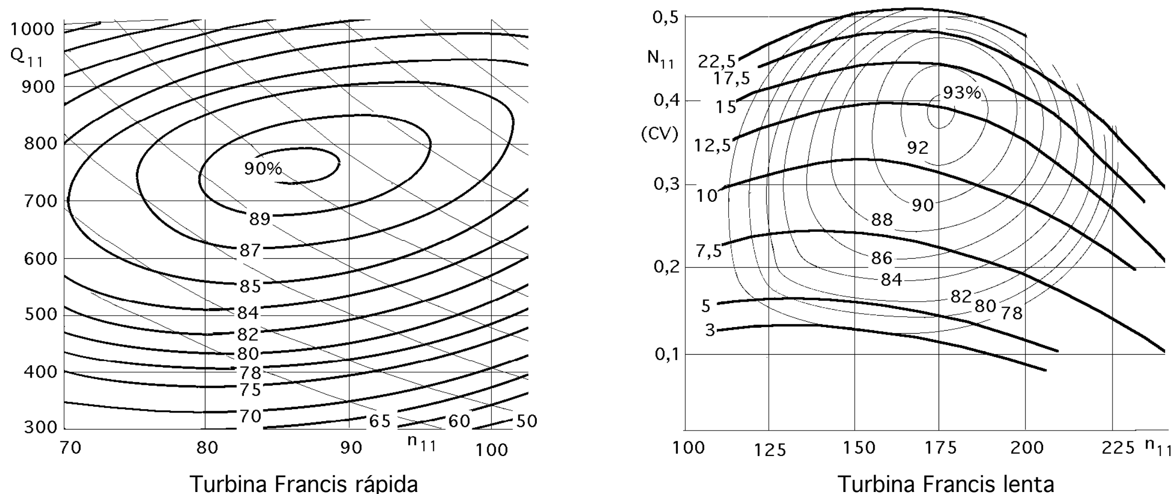


Fig IV.37.- Colinas de rendimientos de la turbina Francis

Transformación de las curvas características de n = Cte, en curvas características de salto constante.- Sea la representación de la Fig IV.38, para una velocidad constante n_1, y sea M_1 un punto de la curva característica H_n correspondiente. El punto homólogo del M_1 para un salto neto determinado, será, de acuerdo con las relaciones de semejanza el M_2 y se obtiene a partir de:

$$\frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{H_{n2}}{H_{n1}} \;\;;\;\; n_2 = n_1 \sqrt{\frac{H_{n2}}{H_{n1}}} \;\;;\;\; Q_2 = Q_1 \frac{n_2}{n_1} = Q_1 \sqrt{\frac{H_{n2}}{H_{n1}}}$$

Los valores de Q_2 y n_2 así encontrados permiten definir el punto M_2 homólogo del M_1. La parábola de regímenes semejantes, lugar de los puntos homólogos a los que se exige igualdad de rendimiento hidráulico, tiene por ecuación:

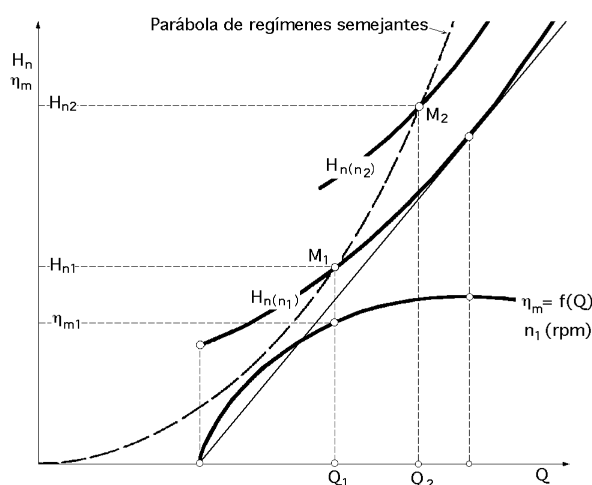


Fig IV.38

$$H_n = \frac{H_{n1}}{Q_1^2} Q^2 = k\, Q^2$$

La intersección de la curva $H_{n(n_2)}$ con la parábola de regímenes semejantes proporciona el punto M_2, homólogo del punto M_1, para el número de revoluciones n_2 y mismo rendimiento hidráulico que el correspondiente a M_1.

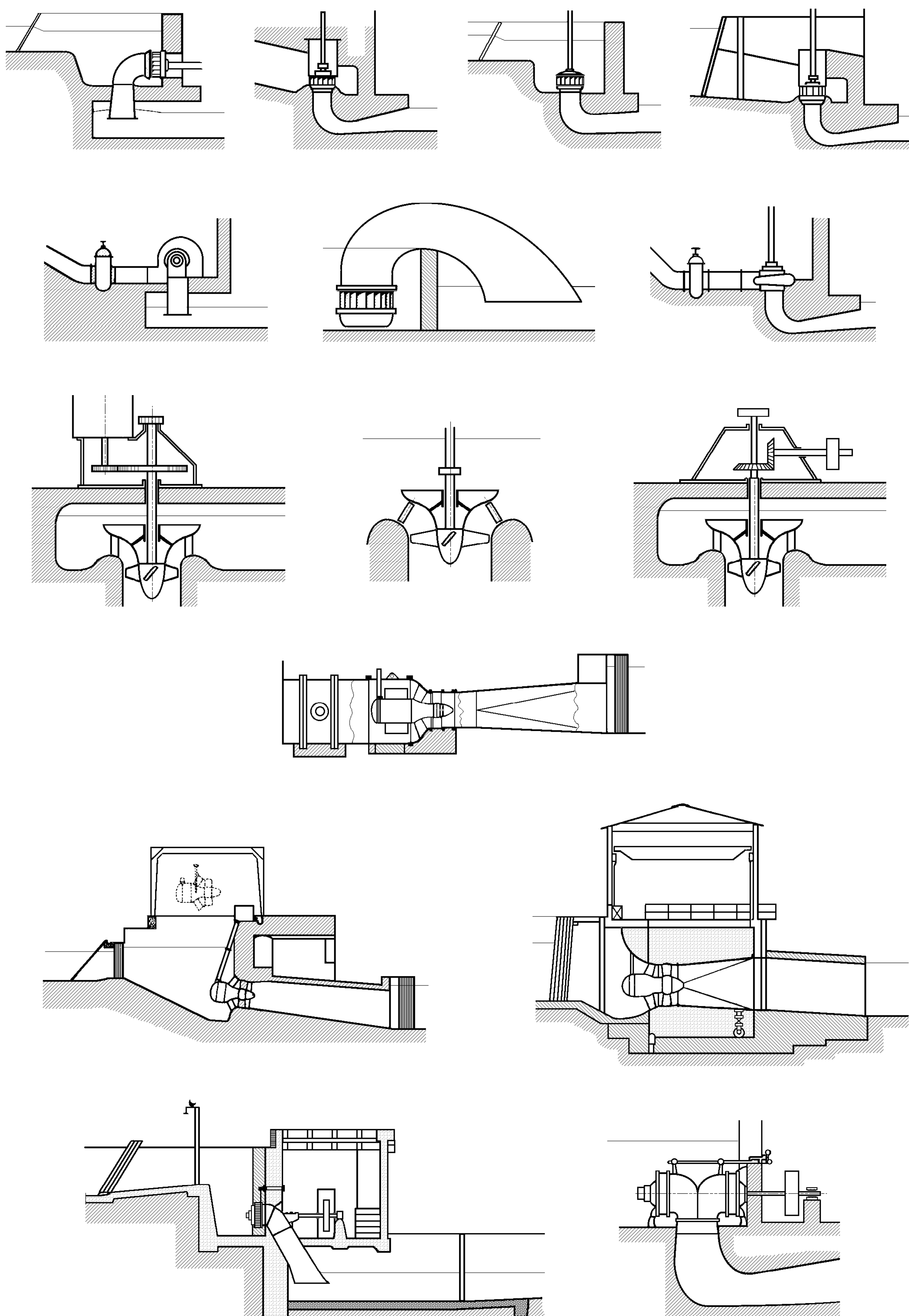
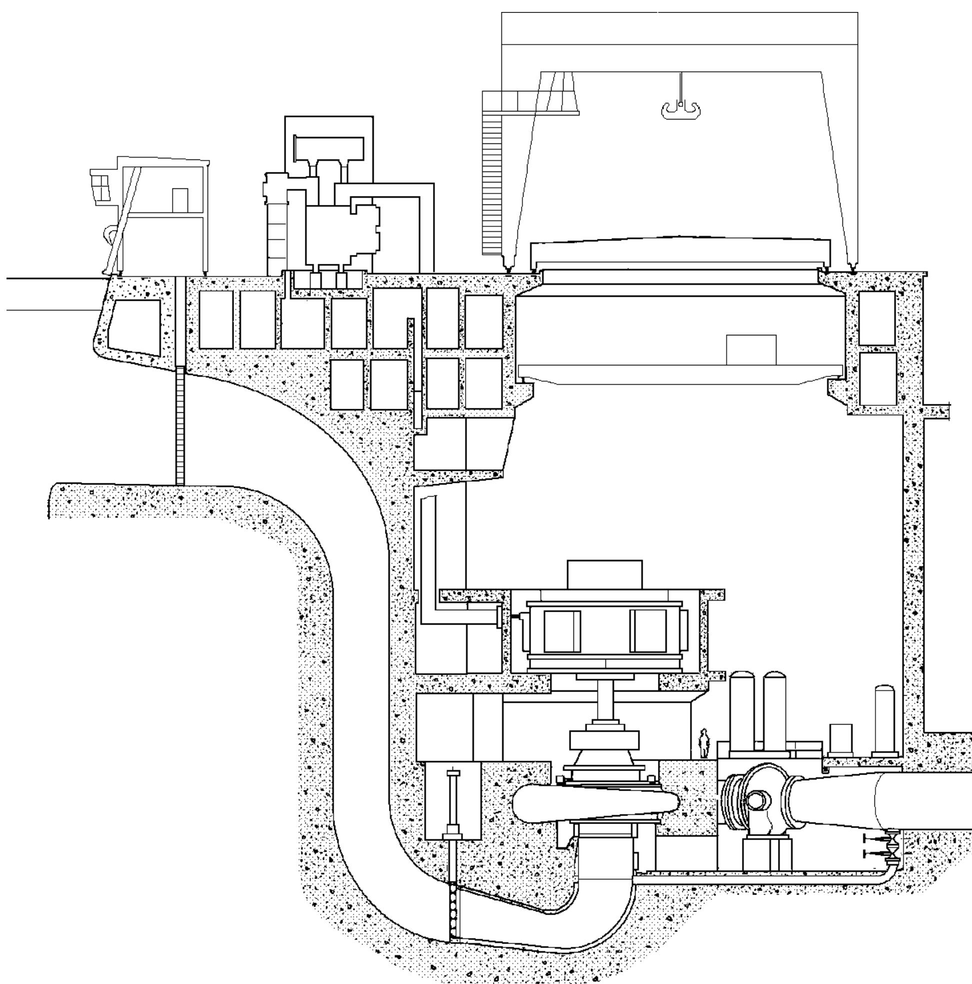


Fig IV.39.- Algunas disposiciones y montajes de turbinas hidráulicas de reacción



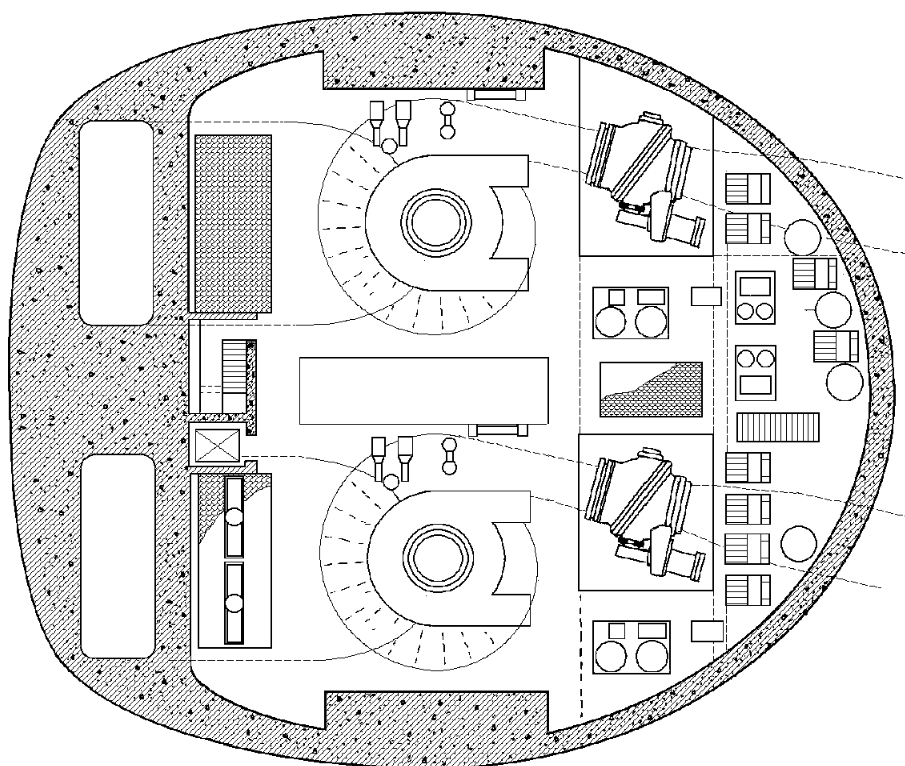


Fig IV.40.- Instalación de dos turbinas-bomba de 150 MW

V.- TURBINAS KAPLAN Y BULBO

V.1.- INTRODUCCIÓN

La importancia de las turbinas Hélice y Kaplan en pequeños saltos con grandes caudales, las hacen idóneas tanto en posición horizontal como vertical; por su similitud con las turbinas Bulbo, empleadas tanto en centrales maremotrices como en algunas minicentrales hidráulicas, presentamos este somero estudio que permite comprender su funcionamiento y campos de aplicación.

La tendencia a la construcción de turbinas cada vez más rápidas, para velocidades específicas n_s mayores de 450, conduce a las turbinas hélice y Kaplan, ya que en las turbinas Francis con n_s del orden de 400, el agua no se puede guiar y conducir con precisión.

El rodete está compuesto por unas pocas palas, que le confieren forma de hélice de barco; cuando éstas sean fijas, se llama turbina hélice, mientras que si son orientables se denominan turbinas Kaplan; en ambos casos las turbinas funcionan con un único sentido de giro de rotación; son pues turbinas irreversibles.

Si además de tener las palas orientables, las turbinas funcionan en los dos sentidos de rotación (turbinas reversibles), y asimismo pueden actuar como bombas hélice accionadas por el propio generador, se las denomina turbinas Bulbo.

En lo que sigue, vamos a exponer una teoría relativa al cálculo de turbinas Kaplan, que se puede aplicar directamente a las turbinas hélice y Bulbo.

Para una turbina hélice del tipo que sea, si se supone una velocidad de entrada $\vec{c}_1$ uniforme para toda la altura del perfil, las distintas curvaturas de las palas se deducen de las distintas velocidades periféricas $\vec{u}$ que tiene la rueda en los diversos puntos, Fig V.2, de forma que siempre se cumpla que:

$$r\, u = Cte$$

Si la entrada del agua (1) se efectúa sin choque, la superficie del álabe debe estar en una dirección tangente a la velocidad relativa de entrada del agua $\vec{w}_1$, por lo que el álabe tiene que ser, por lo que respecta a su altura, en la parte central e inicial, bastante vertical.

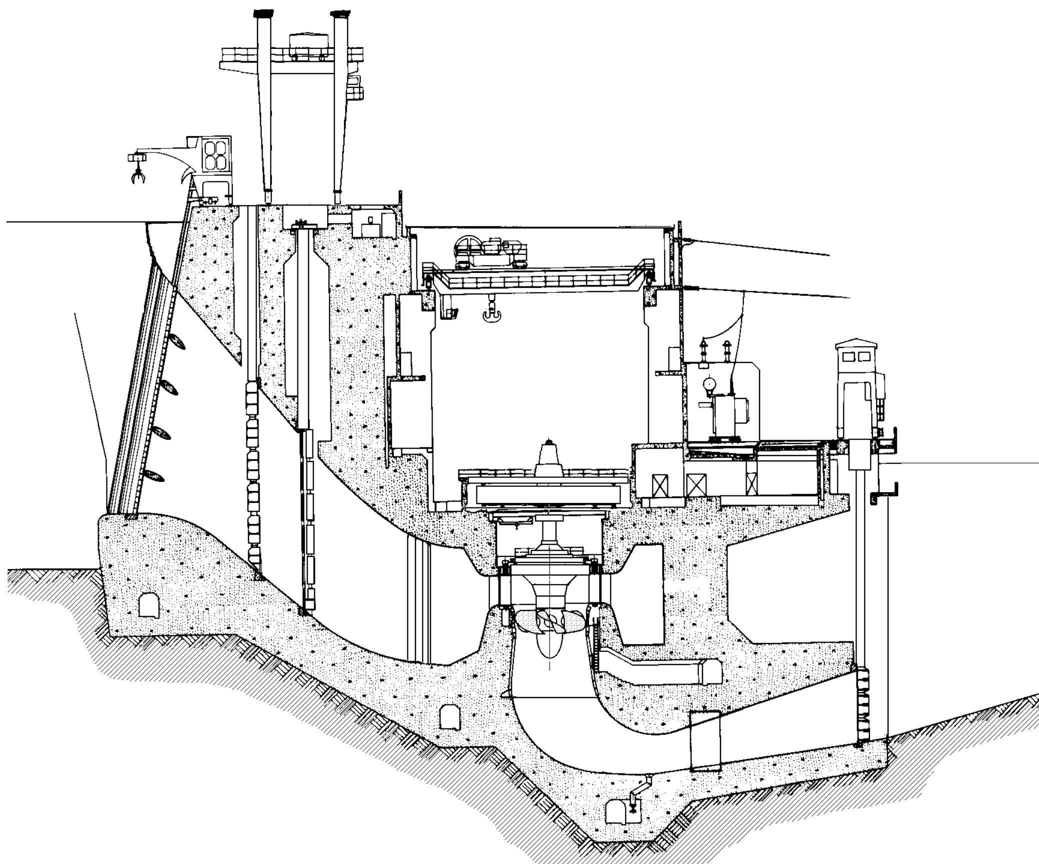


Fig V.1.- Sección transversal de una central hidráulica con turbina Kaplan

En la parte final del álabe, a la salida, éste se presenta más aplanado y la velocidad $\vec{c}_2$ debe ser prácticamente axial, siendo la velocidad $w_{2y} << w_{1y}$, dato que comprobaremos más adelante.

En las turbinas Kaplan el cubo de la hélice, o cabeza del rodete, llega a tener un diámetro de hasta 0,4 del diámetro del tubo de aspiración d_3, con lo que se mejora mucho la circulación del agua, alcanzándose valores de n_s por encima de 850 y terminando en su parte inferior en una caperuza cónica que mejora la conducción del agua hacia el tubo de aspiración.

En una instalación de turbina Kaplan de eje vertical, las paredes del distribuidor, móviles, tienen la misma forma que en las Francis, y se sitúan algo por encima del rodete.

Tabla V.1.- Número de palas Z en función del número específico de revoluciones n_s

n_s	400-500	500-600	600-750	750-900	> 900
Z	7 a 8	6	5	4	3
H_n (metros)	60	50	40	20	5
Relación de cubo	0,6	0,55	0-5	0,4	0,3

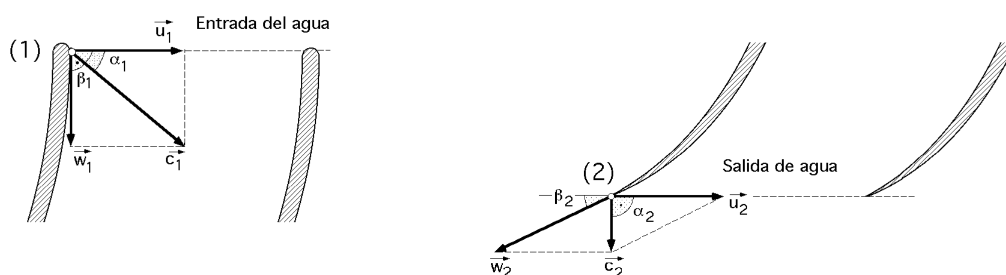


Fig V.2.- Triángulos de velocidades

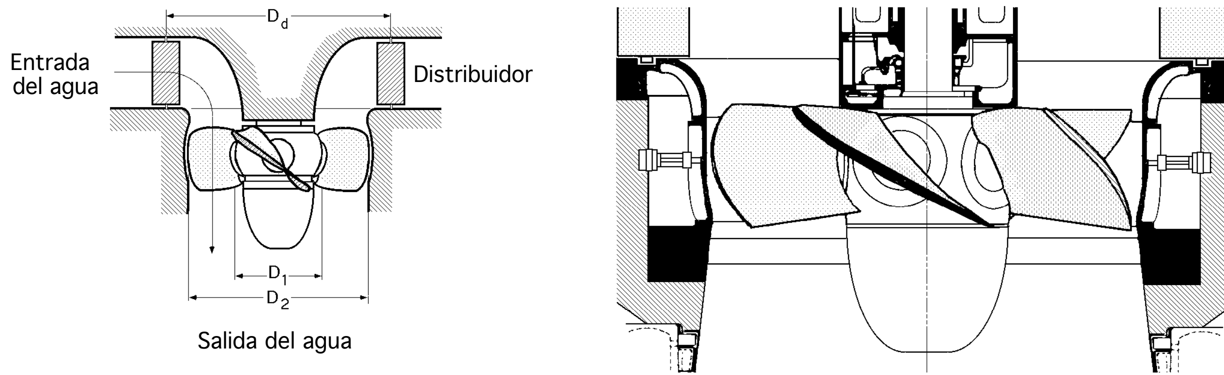


Fig V.3.- Rotor de una turbina Kaplan

En el interior del cubo se encuentra el mecanismo de giro de las palas del rodete, lo que obliga a que el número de las mismas sea pequeño, que puede aumentar al crecer el salto y las dimensiones del rodete.

En la Tabla V.1 se indica el número de palas Z en función del número específico de revoluciones n_s que condiciona el salto neto H_n y la relación entre los diámetros del cubo y exterior del rodete n, observándose que un aumento del número de palas supone una disminución del n_s.

A medida que aumenta H_n aumentan los esfuerzos que tienen que soportar los álabes, por lo que el cubo ha de tener mayor diámetro, tanto para poder alojar los cojinetes de los pivotes de los álabes, como para poder alojar el mayor número de álabes. Para alturas netas superiores a los 10 metros, la turbina Kaplan empieza a ser más voluminosa que la turbina Francis, aunque mantiene la ventaja de tener los álabes orientables.

V.2.- REGULACIÓN DE LAS TURBINAS

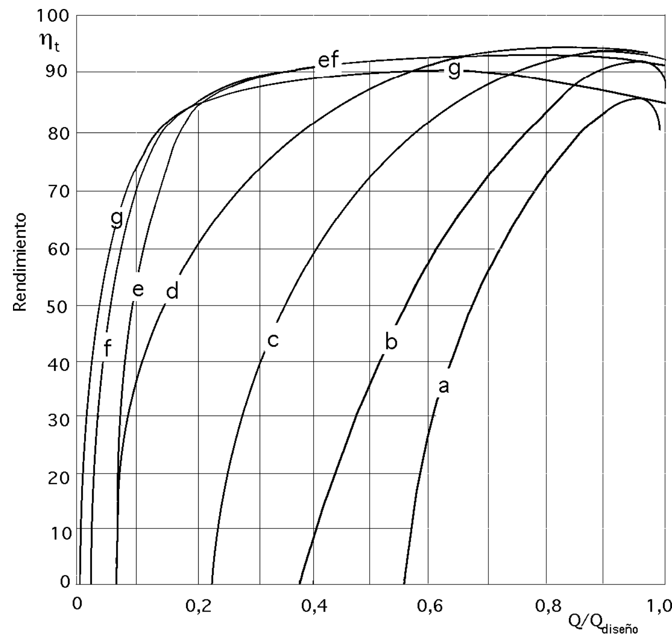
A las turbinas hélice se las regula mediante álabes móviles en la corona directriz, (distribuidor), en forma análoga a como se hace en las turbinas Francis. A la entrada del rodete se origina una pérdida por choque y a la salida resulta una $\vec{c}_2$ mayor en magnitud, pero de dirección más inclinada; ambas circunstancias contribuyen a la disminución del rendimiento, de forma que éste desciende tanto más rápidamente, cuanto mayor sea la velocidad de la turbina. Una característica negativa de las turbinas hélice es el bajo rendimiento de las mismas a cargas distintas de la nominal o diseño. En las turbinas Kaplan, las paletas directrices del distribuidor también son móviles lo cual permite mejorar la regulación, pues al cambiar la inclinación de los álabes del rodete se consigue mantener bastante elevado el rendimiento para un extenso margen del grado de apertura del distribuidor.

La regulación más favorable se consigue cuando al girar las palas se conserva el mismo valor de c_{1n} y a la salida de las mismas se mantiene c_2 perpendicular a u_2.

En el caso ideal se tiene que cumplir la ecuación fundamental de las turbinas:

$$\eta_{hid}\, g\, H_n = c_1 u_1 \cos \alpha_1 - c_2 u_2 \cos \alpha_2$$

que para ($\alpha_2 = 90°$) $\Rightarrow$ ($u_1\, c_{1n} = \eta_{hid}\, g\, H_n$), para cualquier grado de admisión, alcanzándose elevados rendimientos en toda la zona de regulación, lo que se puede conseguir actuando al mismo tiempo sobre las palas del distribuidor y de la rueda. La forma de conseguir este aumento de rendimiento variando la posición de los álabes se explica a la vista de las Fig V.5 como sigue:



(a) Turbina hélice: n_s= 1050 (curva en gancho) ; (b) Turbina hélice: n_s= 650 ; (c) Turbina Francis: n_s= 500 ;

(d) Turbina Francis: n_s= 250 ; (e) Turbina Kaplan: n_s= 230 ; (f) Turbina Kaplan: n_s= 500 ; (g) Turbina Pelton: n_s= 10 a 30 (curva plana)

Fig V.4.- Rendimiento total de los diferentes tipos de turbinas en función del grado de la carga

La velocidad relativa de entrada w_1 tiene que ser tangente al álabe, por lo que éste tiene que quedar en la dirección de ella, a fin de que la entrada de agua tenga lugar sin choque; a la salida c_2 tiene que alcanzar un valor razonable procurando sea perpendicular a u_2 o formar un ángulo próximo a los 90°.

Al cambiar la posición de los álabes, disminuyendo por ejemplo la admisión, las velocidades se modifican; c_1 será ahora menor que con admisión plena, porque el espacio libre existente encima del rodete resulta entonces excesivamente grande para un caudal menor, lo que origina una disminución de la velocidad; a la entrada, las paletas del rodete se pueden poner, aproximadamente, en la dirección w_1 suavizándose así las pérdidas por choque. A la salida se tiene la ventaja de que al ser β_2 más pequeño, la velocidad c_2 es también más pequeña, que es precisamente lo que interesa para aprovechar al máximo la energía puesta a disposición de la máquina; como dato curioso, para caudales pequeños, menores que los de diseño, el tubo de aspiración quedará siempre lleno, en forma análoga a cuando se trabaja con el caudal de proyecto, pero saliendo a una velocidad c_2 menor.

La doble regulación de una turbina Kaplan hace que ésta sea más cara que una Francis de igual potencia, por lo que se utilizan en aquellas instalaciones en que se desee conseguir rapidez de giro y máxima facilidad de regulación.

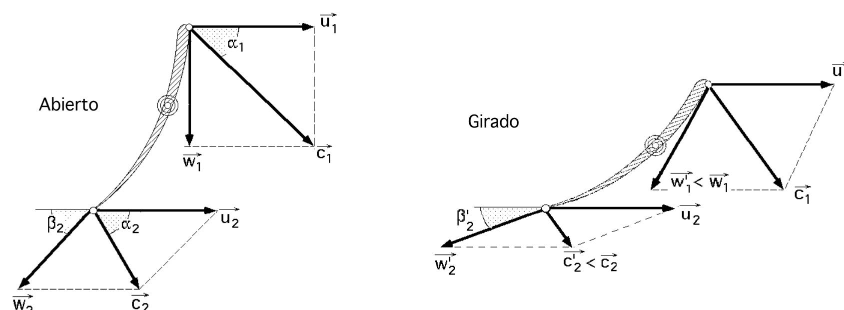


Fig V.5.- Modificación de los triángulos de velocidades al variar el ángulo de ataque

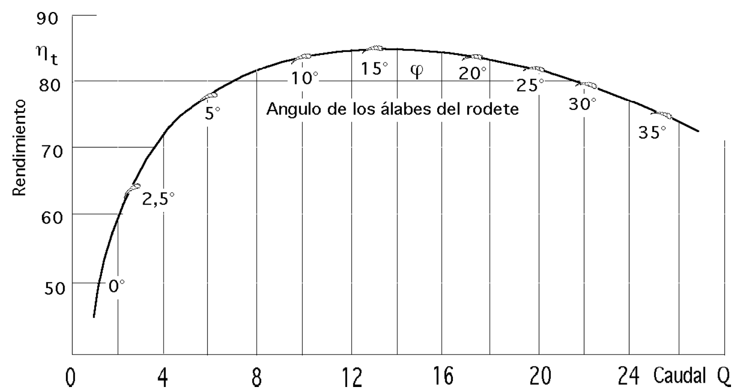


Fig V.6.- Curva de rendimiento de una turbina Kaplan

Si esta última condición no es muy precisa, es decir, si la turbina ha de funcionar casi siempre con poca variación de carga, es preferible utilizar una turbina hélice, que por su sencillez, es muy superior a la Francis.

La curva de rendimiento de una turbina Kaplan es una curva plana, y su rendimiento a cargas intermedias es superior no sólo al de las turbinas hélice, sino al de todas las turbinas Francis, siendo su curva de rendimiento comparable con las curvas planas características de las turbinas Pelton.

Esta curva de rendimiento plana, como se muestra en la Fig V.6, es la envolvente de las curvas que se obtendrían con un número infinito de rodetes de turbina hélice de n_s crecientes. Esta curva sólo se obtiene utilizando una combinación óptima del ángulo del rodete y de la apertura del distribuidor.

V.3.- MECANISMO DE REGULACIÓN EN LAS TURBINAS KAPLAN

En la Fig V.7 se presenta un esquema del mecanismo de regulación de las palas móviles del rodete, dispuesto en el interior del cubo. Cada pala se prolonga mediante un eje, que penetra en el cubo, perpendicular al eje de giro de la rueda. Cada eje de pala pivota en dos palieres P_1 y P_2 entre los que se encuentra calada una palanca L que es la que regula la orientación de la pala, y que a su vez va sujeta al eje de la rueda.

La fuerza centrífuga de la pala se transmite a la palanca L mediante bieletas, y en turbinas muy importantes, por un sistema de anillo incrustado en el eje y apoyado sobre L.

Las bieletas X colocadas en la extremidad de la palanca L van sujetas al árbol mediante un soporte E; todo ello está dirigido por un vástago que pasa por el interior del árbol A, de forma que cualquier desplazamiento axial de este vástago provoca una rotación simultánea de todas las palas. Todo el mecanismo de regulación está bañado en aceite a una cierta presión, (en las Bulbo del orden de 2 a 3 atm), proporcionando la lubricación necesaria a todos los cojinetes y conexiones, y no permitiendo la entrada del agua en el interior del cubo.

El vástago T es accionado por un servomotor S que gira solidario con el árbol; por encima de éste va situado un depósito fijo R, en el que las cámaras C_1 y C_2 están comunicadas con una válvula de regulación de aceite D de una entrada y dos salidas. En el interior del árbol A existen dos tubos concéntricos T_1 y T_2 por los que pasa el aceite a presión; el conducto entre el árbol y T_1 pone en comunicación la cámara C_1 con la parte inferior del servomotor a través del agujero t_1 practicado en el pistón P que actúa directamente sobre el vástago T de regulación.

Como se trata de piezas giratorias, hay que procurar en g_2, g_3 y g_4 evitar pérdidas o fugas de aceite entre las diversas cámaras que están a presiones diferentes; asimismo, como el conjunto formado por el

pistón P el vástago T y los tubos T_1 y T_2 situados en el interior del árbol A tienen que ir también engrasados, hay que disponer una junta de estancamiento en g_1 de forma que se evite la comunicación desde la parte interior del cubo de la rueda hacia la parte inferior del pistón P del servomotor, que está a presión variable.

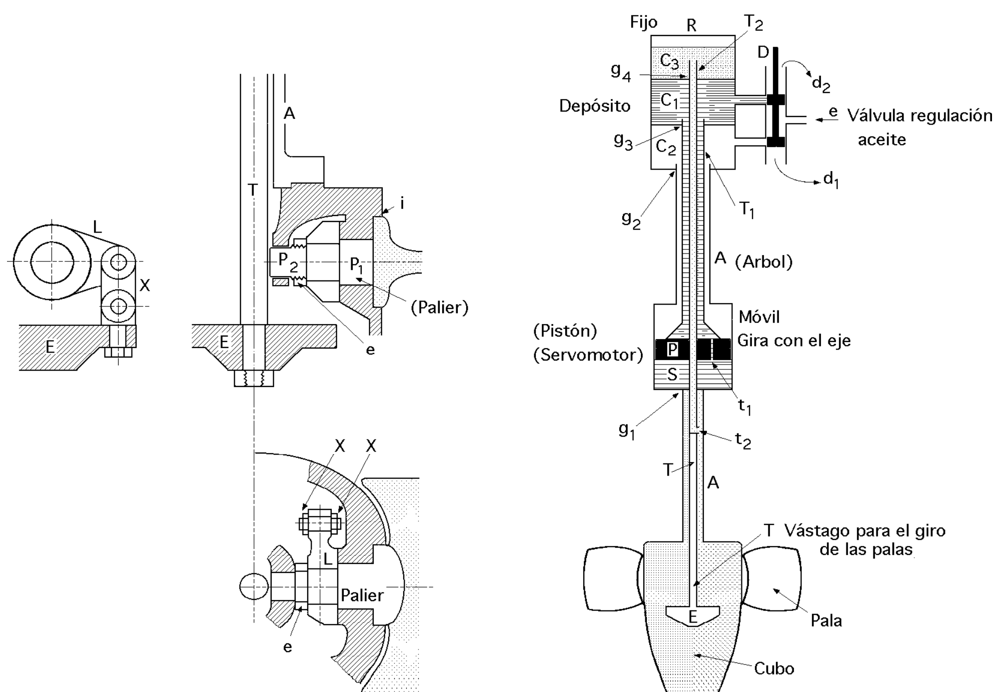


Fig V.7.- Mecanismo de regulación de las palas de una turbina Kaplan

Según sea la posición del distribuidor de aceite D se puede colocar una de las caras del pistón P en comunicación con la llegada de aceite a la presión de la tubería de entrada e, mientras que el otro lado del pistón P está a la presión de descarga. El interior del tubo T_2 pone en comunicación la parte superior del depósito R (cámara C_3), con el interior del cubo de la rueda, por medio de un agujero t_2 practicado en la cruceta de mando T de orientación de las palas. Esta cámara C_3, que está a la presión atmosférica, contiene aceite a un cierto nivel y juega el papel de depósito de expansión del aceite contenido en el cubo, siendo este volumen de aceite función de la posición de las palas.

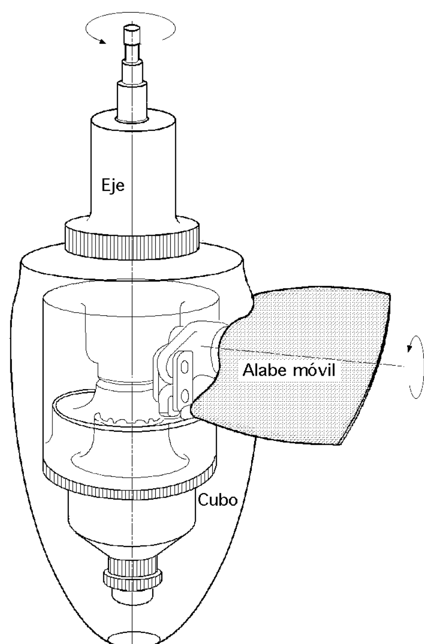


Fig V.8.- Disposición del cubo y la pala (Kaplan)

Esta cámara se debe situar en un nivel tal que la presión estática que asegura la presencia de aceite en el cubo, sea suficiente para evitar la entrada del agua en el interior del cubo. El servomotor S puede estar colocado en una posición cualquiera del árbol, como en la parte superior, o por encima del alternador, o bien entre el alternador y la turbina, o por debajo del mecanismo de orientación de las palas cuando el espacio lo permita, como en la Fig V.8, etc.

Momento hidráulico.- La reacción del agua sobre las palas de la rueda provoca en cada una de ellas un esfuerzo dR que a su vez se puede descomponer en otros dos, Fig V.9, dF_x y dF_y la posición de dR, es de-

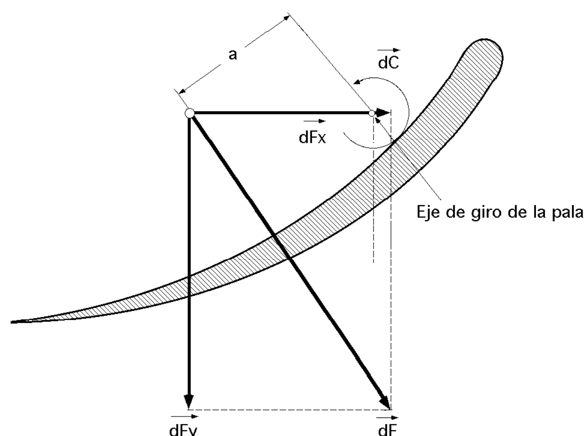


Fig V.9.- Reacción del agua sobre las palas

cir, su brazo de palanca a, con relación al eje de la articulación elegido O, no se puede determinar más que a partir de un estudio teórico o experimental del movimiento del agua, capaz de crear presiones en todos los puntos del álabe.

El momento hidráulico ($dC = a\ dR$) varía con la posición de las palas y es imposible situar el eje de la articulación en un punto en que para cualquier posición del álabe este momento sea nulo, lo cual implica el que en una posición determinada de la pala, ésta tenga tendencia hacia la apertura o hacia el cierre; en la mayoría de los casos el eje está situado de forma que tienda a reducirse el par de maniobra todo lo que sea posible. En algunos casos, el eje del álabe se sitúa de forma que exista una tendencia al cierre, lo que constituye una medida de seguridad contra el embalamiento, ante la eventualidad de un fallo en el mecanismo de regulación. El servomotor se tiene que calcular para vencer el par hidráulico maximal de la pala, teniendo también en cuenta los efectos de rozamiento de los diversos mecanismos que conforman el sistema de regulación.

V.4.- TEORÍA AERODINÁMICA DE LAS TURBOMÁQUINAS AXIALES

Si se considera una sección cilíndrica del rodete, coaxial, de radio R, desarrollada sobre un plano (x,y), de forma que sobre el mismo se encuentren las trayectorias relativas al fluido y las secciones de las palas formando lo que se conoce como persiana, parrilla o enrejado de álabes, de paso ***t*** y cuerda ***l***, se puede obtener una solución aproximada del problema considerando un movimiento plano y permanente a través de dicha persiana, Fig V.10. El contorno (ABCDA) se puede suponer formado por dos líneas de corriente (CD) y (AB) deducidas la una de la otra mediante la traslación ***t*** igual al paso tangencial de la persiana. ***Los caudales que atraviesan esta sección cilíndrica desarrollada sobre el plano***, son:

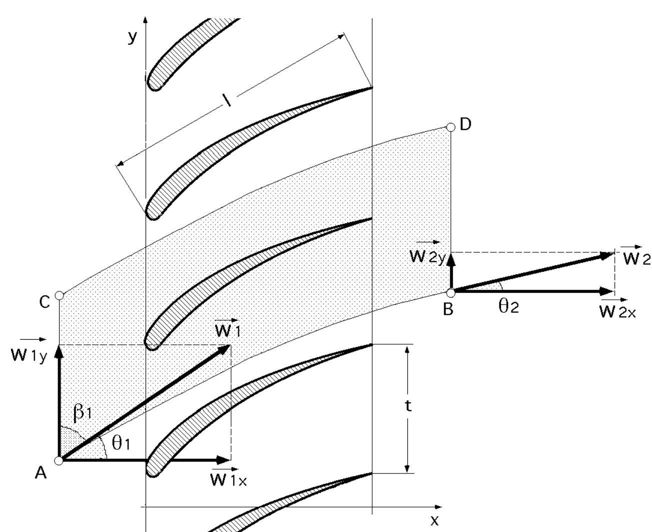


Fig V.10.- Persiana de álabes

a) A través de (AB) y (CD), nulos.

b) A través de (AC) y (BD) tienen que ser iguales, por la ecuación de continuidad; ésto implica que $w_{1x} = w_{1m}$ y $w_{2x} = w_{2m}$, normales a la dirección de $\vec{u}$, por lo que las componentes meridianas de la velocidad relativa a la entrada y salida, tienen que ser iguales:

$$w_{1x} = w_{2x} \quad ; \quad w_{1m} = w_{2m}$$

La circulación Γ es igual a la suma algebraica de las intensidades de todos los torbellinos que existan en la región interior a la curva cerrada (ABCDA); la circulación Γ a lo largo de (ABCDA), o lo que es lo mismo, la circulación alrededor de un álabe, al ser la misma a lo largo de (AB) y (DC) es:

$$\Gamma = t\,(w_{2y} - w_{1y}) = t\,(w_{2n} - w_{1n})$$

Las componentes de la resultante $\vec{F}$ de las fuerzas que actúan sobre el álabe, en las direcciones (x, y), son la fuerza axial F_x (paralela al eje de giro) y la fuerza de par F_y (en un plano normal al eje de giro):

Sobre el eje Ox se tiene la fuerza axial: $F_x = t\,(p_1 - p_2)$

en la que:

t (paso), es la sección de entrada del agua entre dos álabes por unidad de altura del álabe

p_1 y p_2 son las presiones del fluido aguas arriba y aguas abajo del rodete, (entrada y salida de los álabes).

Si se considera que el fluido es perfecto e incompresible, el Teorema de Bernoulli proporciona:

$$p_1 + \rho\,\frac{w_1^2}{2} = p_2 + \rho\,\frac{w_2^2}{2} \quad ; \quad p_1 + \rho\,\frac{w_{1x}^2 + w_{1y}^2}{2} = p_2 + \rho\,\frac{w_{2x}^2 + w_{2y}^2}{2}$$

$$p_1 - p_2 = \rho\left(\frac{w_{2x}^2 + w_{2y}^2}{2} - \frac{w_{1x}^2 + w_{1y}^2}{2}\right) = \left|\, w_{1x} = w_{2x} \,\right| = \rho\,\frac{w_{2y}^2 - w_{1y}^2}{2} = \rho\,\frac{\Gamma}{t}\,\frac{w_{2y} + w_{1y}}{2}$$

valor que sustituido en F_x proporciona: $F_x = \rho\,\dfrac{\Gamma}{t}\,(w_{2y} + w_{1y}) = \rho\,\dfrac{\Gamma}{t}\,(w_{2n} + w_{1n})$

Sobre el eje Oy se obtiene la fuerza de par (radial); aplicando el Teorema de la Cantidad de Movimiento:

$$F_y = \rho\,\Gamma\,w_{1x}(w_{1y} - w_{2y}) = -\rho\,w_{1x}\,\Gamma = \left|\begin{matrix} w_{1x} = w_{2x} \\ w_{1x} = \dfrac{w_{1x} + w_{2x}}{2} \end{matrix}\right| = -\rho\,\frac{w_{1x} + w_{2x}}{2}\,\Gamma = -\rho\,\frac{w_{1m} + w_{2m}}{2}\,\Gamma$$

La fuerza resultante F es perpendicular a la cuerda; la velocidad relativa media del agua $\vec{w}_m$ a su paso por los álabes es, Figs V.11.12:

$$F = \rho\,w_m\,|\Gamma| \;, \quad \text{con:} \quad \vec{w}_m = \frac{\vec{w}_1 + \vec{w}_2}{2}$$

Si el paso ***t*** aumenta indefinidamente, la circulación Γ permanece constante y la diferencia de velocidades $(w_{2y} - w_{1y})$ tiende a cero, pero los resultados subsisten, obteniéndose la formulación de Kutta-Joukowski, en la que w_m se reemplaza por la velocidad w_∞, velocidad sin perturbar:

$$F = \rho\,w_\infty\,|\Gamma|$$

Para el caso de un fluido real, hay que tener en cuenta las pérdidas de energía experimentadas por el fluido al atravesar la persiana de álabes; dicha persiana viene determinada, geométricamente, por:

a) La forma del perfil del álabe

b) El paso relativo $\dfrac{t}{l} = \dfrac{\text{Sección de entrada}}{\text{Longitud de la cuerda}}$

c) La inclinación θ que es el ángulo que forma la velocidad relativa $\vec{w}_m$ con el eje de giro definido por la dirección ***x*** La acción de la corriente fluida sobre el perfil viene representada por la fuerza F por unidad de longitud del álabe ***l*** que se puede descomponer en una componente Z perpendicular a w_m (fuerza de sustentación) y una componente X paralela a w_n (fuerza de arrastre), Fig V.13.

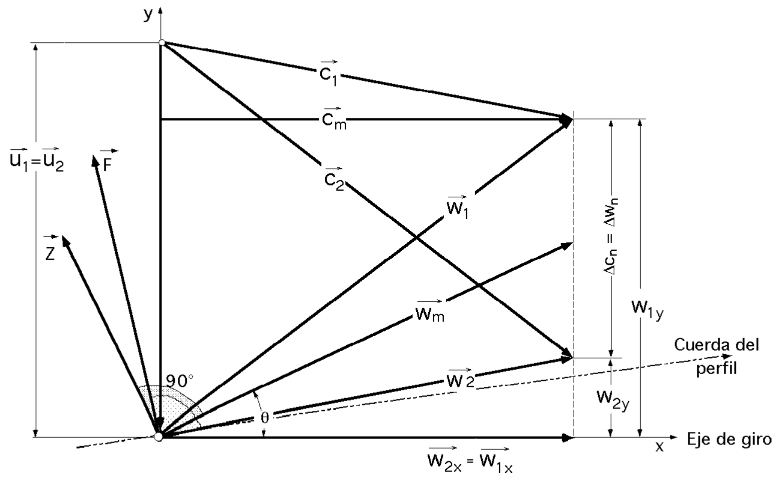


Fig V.12

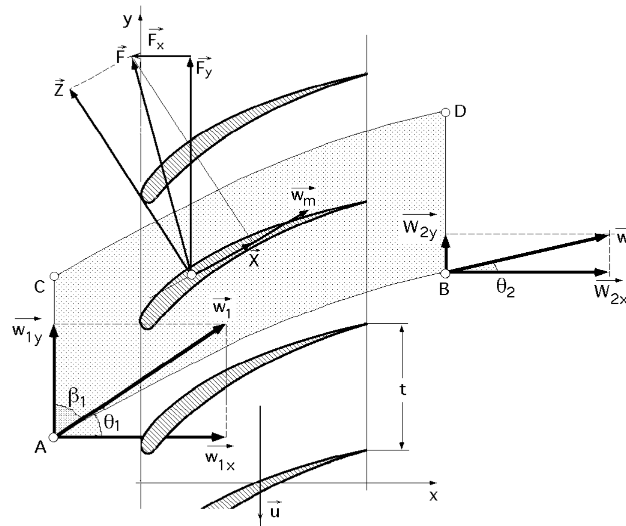


Fig V.13.- Fuerza de sustentación Z y de arrastre X

Las velocidades periféricas a la entrada y a la salida $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ son iguales.

La componente X de la resultante F es la ***fuerza de arrastre*** de la forma:

$$X = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wx}\,l\,w_m^2 = \left|\,c_m = w_m \cos\,\theta\,\right| = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wx}\,l\,\frac{c_m^2}{\cos^2\theta}$$

La componente Z es la ***fuerza de sustentación:***

$$Z = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wz}\,l\,w_m^2 = \left|\,c_m = w_m \cos\,\theta\,\right| = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wz}\,l\,\frac{c_m^2}{\cos^2\theta}$$

en las que C_{wx} y C_{wz} son los coeficientes de arrastre y sustentación, respectivamente.

Los valores de $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$ componentes de $\vec{F}$ en las direcciones (x,y), son:

Fuerza axial: $F_x = X \cos\,\theta - Z \,\text{sen}\,\theta = (p_1 - p_2)\,t$

Fuerza radial o fuerza de par: $F_y = X \,\text{sen}\,\theta + Z \cos\,\theta = \rho\,c_m t\,(w_1 \,\text{sen}\,\theta_1 - w_2 \,\text{sen}\,\theta_2) = -\,\rho\,c_m t\,\Delta w_n$

o también:

$$F_y = \frac{1}{2}\,C_{wx}\,l\,\frac{c_m^2}{\cos^2\theta}\,\text{sen}\,\theta + \frac{1}{2}\,C_{wz}\,l\,\frac{c_m^2}{\cos^2\theta}\,\cos\,\theta = \left|\begin{array}{l}\dfrac{C_{wx}}{C_{wz}} = \text{tg}\,\varepsilon \\ c_m = w_m \cos\,\theta\end{array}\right| =$$

$$= \frac{1}{2} C_{wz}\, l \, \text{tg}\, \varepsilon \frac{c_m}{\cos^2\theta} \text{sen}\,\theta + \frac{1}{2} C_{wz}\, l \frac{c_m}{\cos\theta}$$

La esbeltez aerodinámica del perfil viene caracterizada por el valor de cotg ε; para los álabes normalmente empleados, cotg θ varía entre 10 y 80, por lo que en primera aproximación se puede despreciar el valor de tg ε obteniéndose:

$$\frac{\Delta w_n}{w_m} = C_{wz} \frac{l}{2\,t}$$

que es la ecuación fundamental de la Teoría de persianas de álabes y de la que se puede obtener el coeficiente de empuje ascensional C_{wz}. La pérdida de energía h_r que experimenta el fluido al atravesar la persiana de álabes se obtiene teniendo en cuenta que, la energía perdida es igual al trabajo de las fuerzas de rozamiento, de la forma $(w_m X)$, es decir:

$$\gamma\, w_m t\, h_r \cos\theta = w_m X \quad ; \quad h_r = \frac{X}{\gamma\, t \cos\theta}$$

En general es preciso modificar estos valores mediante unos coeficientes de corrección, ya que al no considerar un solo álabe, sino varios, se produce una interacción.

Estas modificaciones son pequeñas cuando $\frac{t}{l} > 3$, pero en caso contrario hay que introducir unos factores de corrección de los valores de C_{wx} y C_{wz}.

V.5.- PARÁMETROS DE DISEÑO DEL RODETE KAPLAN

Relación de diámetros.- Los diámetros nominales, exterior D_e de las palas e interior (cubo) D_i, cuya relación $\nu = \frac{D_i}{D_e}$ debe cumplir los valores de ν comprendidos en el intervalo: $0,38 < \nu < 0,63$

Solidez y número de palas .- La solidez de la persiana de álabes oscila entre los siguientes valores:

$$\left(\frac{l}{t}\right)_e = 1 \div 0,7 \quad ; \quad \left(\frac{l}{t}\right)_i = 1,8 \div 3$$

El número de palas $Z = \frac{\pi\, D_e}{t}$

Triángulos de velocidades.- Los triángulos de velocidades para la turbina Kaplan son los indicados en las Fig V.14a.b, en los que θ es el ángulo que forma $\vec{w}_m$ con la dirección del eje de giro de la turbina.

Rendimiento hidráulico.- El rendimiento hidráulico para cualquier turbomáquina es de la forma:

$$\eta_m = \frac{u\,\Delta c_n}{g\,H_n} = \frac{H_n}{H_n + h_r} = \left| \begin{array}{l} H_n = \frac{u}{g}(c_{1n} - c_{2n}) = \frac{u}{g}(c_1 \cos\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2) \\ \Delta c_n = c_{1n} - c_{2n} \\ h_r = \frac{X}{\gamma\, t \cos\theta} = \frac{1}{2} \frac{\rho\, C_{wx}\, l\, w_m^2}{\gamma\, t \cos\theta} = \frac{1}{2\,g} \frac{C_{wx}\, l}{t} \frac{w_m^2}{\cos\theta} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{\frac{u}{g}(c_{1n} - c_{2n})}{\frac{u}{g}(c_{1n} - c_{2n}) + \frac{1}{2\,g} \frac{C_{wx}\, l}{t} \frac{w_m^2}{\cos\theta}} = \frac{1}{1 + \frac{C_{wx}\, l}{2\,t} \frac{w_m^2}{\Delta w_n} \frac{1}{u \cos\theta}} =$$

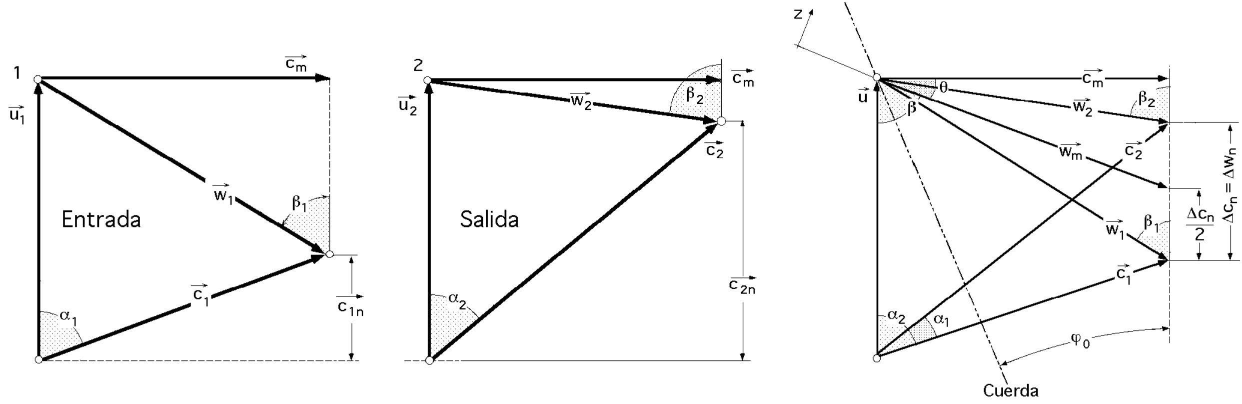


Fig V.14a.b.- Triángulos de velocidades a la entrada y a la salida

$$= \left| \begin{array}{l} \frac{2\,t}{l}\,\frac{\Delta w_n}{w_n} = -\,C_{wz}\,(tg\,\varepsilon\,tg\,\theta + 1) \\ \frac{1}{2\,t\,\Delta w_n} = \frac{1}{c_{wz}\,w_n\,(tg\,\varepsilon\,tg\,\theta + 1)} \end{array} \right| = \frac{1}{1 + \frac{C_{wx}\,w_m^2}{c_{wz}\,w_n\,(tg\,\varepsilon\,tg\,\theta + 1)\,u\,\cos\theta}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{tg\,\varepsilon\,w_m}{(tg\,\varepsilon\,tg\,\theta + 1)\,u\,\cos\theta}} = \frac{1}{1 + \frac{sen\,\varepsilon\,w_m}{(\cos\varepsilon\,\cos\theta + sen\,\varepsilon\,sen\,\theta)\,u}} = \frac{1}{1 + \frac{sen\,\varepsilon\,w_m}{\cos(\theta - \varepsilon)\,u}}$$

Ángulo de ataque α..- Si llamamos φ_0 el ángulo de inclinación de los álabes, (ángulo que forma la cuerda del perfil con la dirección $\vec{u}$), el valor del ángulo de ataque α, que es el ángulo que forma la cuerda del perfil con la velocidad media del agua $\vec{w}_m$, (relativa o aparente) , es:

$$\alpha = \beta - \varphi_0 = \varepsilon$$

Haciendo: $C_{wz} = \frac{2\,t\,\Delta w_n}{l\,w_n} = 2\,\pi\,k\,sen\,\alpha = 2\,\pi\,k\,sen(\beta - \varphi_0)$

en la que ***k*** es un coeficiente corrector que viene dado en la Fig V.15 y que hay que introducir al considerar que el álabe no está aislado, determinándose su valor de forma experimental en función de la relación $\frac{t}{l}$; por lo tanto:

$$\frac{t}{l}\,\frac{1}{\pi}\,\frac{\Delta w_n}{w_m} = \left| \begin{array}{l} c_m = w_m \cos\theta = w_m\,sen\,\beta \;\;;\;\; w_m = \frac{c_m}{sen\,\beta} \\ \Delta w_n = \Delta c_n = c_{1n} - c_{2n} = c_m(\cot g\,\beta_1 - \cot g\,\beta_2) \end{array} \right| =$$

$$= \frac{t}{l}\,\frac{1}{\pi}\,\frac{c_m\,(\cot g\,\beta_1 - \cot g\,\beta_2)}{c_m}\,sen\,\beta = K\,sen\,(\beta - \varphi_0)$$

$$\cot g\,\beta_1 = \cot g\,\beta_2 + \frac{K\,l\,\pi}{t}\,\frac{sen\,(\beta - \varphi_0)}{sen\,\beta} = \cot g\,\beta_2 + \frac{K\,l\,\pi}{t}\,sen\,\varphi_0\,(\cot g\,\varphi_0 - \cot g\,\beta) =$$

$$= \left| \cot g\,\beta = \frac{\cot g\,\beta_1 + \cot g\,\beta_2}{2} \right| = \cot g\,\beta_2 + \frac{K\,l\,\pi}{t}\,sen\,\varphi_0\,(\cot g\,\varphi_0 - \frac{\cot g\,\beta_1 + \cot g\,\beta_2}{2})$$

$$\cot g\,\beta_1 (1 + \frac{K\,l\,\pi}{2\,t}\,sen\,\varphi_0) = \cot g\,\beta_2 (1 - \frac{K\,l\,\pi}{2\,t}\,sen\,\varphi_0) + \frac{K\,l\,\pi}{t}\,\cos\varphi_0$$

El valor $\frac{K\,l\,\pi}{2\,t}\,sen\,\varphi_0 = \delta$ es una constante para cada enrejado de álabes, por lo que:

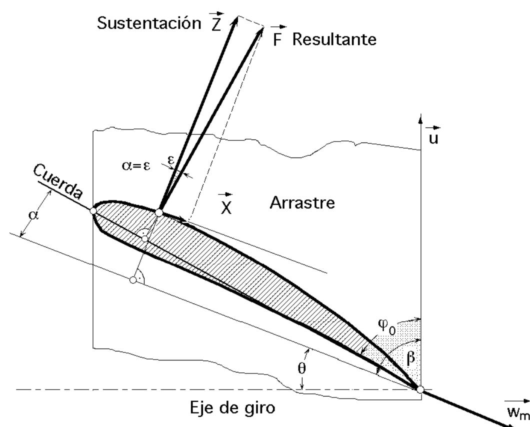


Fig V.15.- Ángulo de ataque α

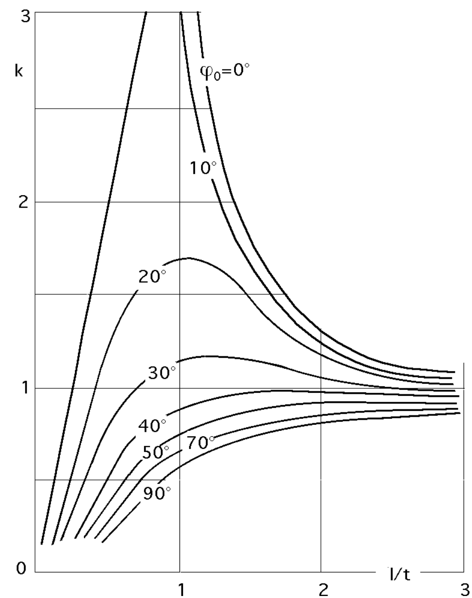


Fig V.16.- Factor de corrección k del coeficiente C_{w_z}

$$\cot g\, \beta_1 (1 + \delta) = \cot g\, \beta_2 (1 - \delta) + 2\, \delta \cot g\, \varphi_0 \;\Rightarrow\; \cot g\, \beta_1 = \cot g\, \beta_2 \frac{1 - \delta}{1 + \delta} + \frac{2\, \delta}{1 + \delta} \cot g\, \varphi_0$$

a partir de los cuales se puede hallar el valor del ángulo de ataque: $\alpha = \beta_1 - \varphi_0$

V.6.- CAUDAL

El flujo a nivel de distribuidor, en una turbina Kaplan, se presenta radial, mientras que pasa a ser axial al alcanzar el rodete. En la Bulbo el flujo es siempre axial. La zona de acción del rodete que permite pivotar a los álabes se encuentra comprendida, para las turbinas hélice, entre dos superficies cilíndricas coaxiales, y para las Kaplan, entre dos superficies esféricas concéntricas.

En el supuesto de considerar la cámara del rodete cilíndrica, el valor del caudal es:

$$Q = \frac{\pi (D_e^2 - D_i^2)}{4} c_m = \frac{\pi D_e^2}{4} \left(1 - \frac{D_i^2}{D_e^2}\right) c_m = \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \nu^2)\, c_m$$

$$\Delta c_n = \Delta w_n = c_m (\cot g\, \beta_1 - \cot g\, \beta_2) = c_m \left(\frac{1 - \delta}{1 + \delta} \cot g\, \beta_2 + \frac{2\, \delta}{1 + \delta} \cot g\, \varphi_0 - \cot g\, \beta_2\right) =$$

$$= c_m \left(\frac{-2\, \delta}{1 + \delta} \cot g\, \beta_2 + \frac{2\, \delta}{1 + \delta} \cot g\, \varphi_0\right) = \frac{2\, \delta}{1 + \delta} c_m (\cot g\, \varphi_0 - \cot g\, \beta_2) =$$

$$= \left| \begin{array}{l} w_2 \operatorname{sen} \beta_2 = c_2 \operatorname{sen} \alpha_2 = c_m \\ w_2 \cos \beta_2 = c_2 \cos \alpha_2 = u \\ w_2 \operatorname{sen} \beta_2 \cot g\, \beta_2 + c_2 \operatorname{sen} \alpha_2 \cot g\, \alpha_2 = u \\ c_m \cot g\, \beta_2 + c_m \cot g\, \alpha_2 = u \end{array} \right| = \frac{2\, \delta}{1 + \delta} \{c_m (\cot g\, \varphi_0 + \cot g\, \alpha_2) - u\} =$$

$$= \left| \eta_{man} = \frac{u\, \Delta c_n}{g\, H_n} \right| = \frac{\eta_{man}\, g\, H_n}{u} \;\Rightarrow\; c_m = \frac{\dfrac{\eta_{man}\, g\, H_n}{u} \dfrac{1 + \delta}{2\, \delta} + u}{\cot g\, \varphi_0 + \cot g\, \alpha_2}$$

$$Q = \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \nu^2) \frac{\dfrac{\eta_{man}\, g\, H_n}{u} \dfrac{1 + \delta}{2\, \delta} + u}{\cot g\, \varphi_0 + \cot g\, \alpha_2} = \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \nu^2) \frac{\dfrac{\eta_{man}\, g\, H_n}{\pi\, n\, D_e} \dfrac{1 + \delta}{2\, \delta} + \dfrac{\pi\, n\, D_e}{60}}{\cot g\, \varphi_0 + \cot g\, \alpha_2}$$

En variables reducidas:

$$Q_{11} = \frac{Q}{D_e^2 \sqrt{H_n}} \quad ; \quad n_{11} = \frac{n\, D_e}{\sqrt{H_n}} \quad \Rightarrow \quad Q_{11} = \frac{\pi}{4} (1 - \nu^2) \frac{60\, \frac{\eta_{man}\, g}{\pi\, n_{11}}\, \frac{1 + \delta}{2\, \delta} + \frac{\pi\, n_{11}}{60}}{\cot g\, \varphi_0 + \cot g\, \alpha_2}$$

ecuación que concuerda muy bien con los datos experimentales y expresa que el caudal de las turbinas Kaplan aumenta con:

*a) El grado de apertura **x** del distribuidor*

b) El aumento del ángulo φ_0 girado por los álabes móviles

c) La disminución de la solidez del enrejado de álabes $\frac{l}{t}$, es decir, con la disminución de δ

d) El aumento del rendimiento hidráulico

En las turbinas lentas, en las que el enrejado tiene una solidez elevada, (δ es grande), el caudal aumenta a partir de un cierto número de revoluciones n_{11}, aunque en la práctica es para todo el régimen de funcionamiento de la turbina; en las turbinas rápidas, al ser el número de álabes menor, es decir, ***d*** más pequeño, al aumentar el número de revoluciones el caudal disminuye.

La expresión del caudal para ($\alpha_2 = 90°$) queda en la forma:

$$Q_{11(c_{2n}=0)} = \frac{\pi}{4}\, \frac{1 - \nu^2}{\cot g\, \varphi_0} \left(60\, \frac{\eta_{hid}\, g}{\pi\, n_{11}}\, \frac{1 + \delta}{2\, \delta} + \frac{\pi\, n_{11}}{60}\right) = \left| \frac{\pi\, n_{11}}{60} >> 60\, \frac{\eta_{hid}\, g}{\pi\, n_{11}}\, \frac{1 + \delta}{2\, \delta} \right| =$$

$$= \frac{\pi}{4}\, \frac{1 - \nu^2}{\cot g\, \varphi_0}\, \frac{\pi\, n_{11}}{60}$$

que aumenta al disminuir la solidez del enrejado; al aumentar la inclinación del álabe φ_0 permaneciendo constantes el resto de las condiciones, $Q_{11} > Q_{11(c_{2n})} = 0$, la circulación es positiva.

V.7.- EXPRESIÓN DEL PAR MOTOR EN FUNCIÓN DE LA CIRCULACIÓN

Sobre cada elemento del perfil de una turbomáquina, situado a una distancia ***r*** del eje de la misma, actúa una fuerza elemental que se puede descomponer en dos direcciones, de las que una, la fuerza axial F_x es paralela al eje de giro, y que por lo tanto no produce ningún momento con relación a dicho eje; la otra componente, fuerza de par F_y, está situada en un plano normal al eje de giro, y es la que proporciona el par motor. Sobre un elemento de pala de espesor dr actúa una fuerza dF_y en el mismo sentido que la velocidad ***u***; el momento C de esta fuerza sobre el álabe en la sección infinitesimal dr comprendida entre ***r*** y ***(r + dr)*** es:

$$dC = r\, \Gamma\, c_m\, r\, dr$$

Si *z* es el número de álabes, el momento total es:

$$C = z\, \rho \int_{r_i}^{r_e} r\, \Gamma(r)\, c_m dr = \left| dQ = 2\, \pi\, r\, dr\, c_m \right| = \frac{\rho\, z}{2\, \pi} \int_0^Q \Gamma(r)\, dQ$$

siendo r_i el radio del cubo y r_e el radio exterior de la pala.

Al suponer fluido ideal y flujo irrotacional, la circulación a cada distancia r será la misma, por lo que:

$$C = \frac{\rho\, z\, \Gamma}{2\pi}\int_0^Q dQ = \frac{\rho\, z\, \Gamma\, Q}{2\pi} = \frac{\gamma\, z\, \Gamma\, Q}{2\pi g}$$

que es la expresión del momento en función de la circulación, el número de palas y el caudal.

V.8.- CALCULO DE LAS PERDIDAS Y DEL DIÁMETRO EXTERIOR DEL RODETE D_e

El diámetro exterior de los álabes del rodete D_e se puede calcular mediante datos experimentales y estadísticos; sin embargo, se puede hallar analíticamente un resultado óptimo haciendo que las pérdidas en el rodete y en el difusor sean mínimas.

Pérdidas en el rodete.- Las pérdidas h_r en el rodete son de la forma:

$$h_r = \left(\frac{1}{\eta_{hid}} - 1\right) H_n \text{, cumpliéndose que: } \frac{w_2}{w_1} = \psi = \sqrt{\frac{H_n - h_r}{H_n}}$$

siendo ψ el coeficiente de reducción de velocidad debido al rozamiento originado por el paso del agua a través de los álabes de la turbina.

Teniendo en cuenta la expresión del $\eta_{hid} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{w_m \operatorname{sen} \varepsilon}{\cos(\theta - \varepsilon)\, u}}$ y $\theta = \dfrac{\pi}{2} - \beta$ y haciendo las aproximaciones: $w_m \approx u$; $\operatorname{sen} \varepsilon \approx \varepsilon$; $u \operatorname{sen} \beta \approx c_m$; $\theta >> \varepsilon$, se obtiene:

$$1 - \eta_{hid} \cong 1 - \frac{1}{1 + \dfrac{\varepsilon}{\operatorname{sen} \varepsilon}} \cong \frac{\varepsilon}{\operatorname{sen} \beta + \varepsilon} \cong \frac{\varepsilon}{\operatorname{sen} \beta} \cong \frac{\varepsilon\, u}{c_m} \quad \Rightarrow \quad h_r = \frac{\varepsilon\, u\, H_n}{c_m}$$

Pérdidas en el tubo de aspiración.- Las pérdidas h_s en el tubo de aspiración son de la forma:

$$h_s = (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{2 g}$$

Diámetro del rodete D_e.- Para un radio r cualquiera se tiene: $\dfrac{h_r + h_s}{H_n} = \dfrac{\varepsilon\, u}{c_m} + (1 - \eta_{dif})\, \dfrac{c_m^2}{2 g H_n}$

siendo η_d el rendimiento medio del difusor, cuyo valor entre los radios r_i y r_e es:

$$\left.\frac{h_r + h_s}{H_n}\right\rangle_{medio} = \frac{1}{\dfrac{\pi (D_e^2 - D_i^2)}{4}} \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} \left\{\frac{\varepsilon\, u}{c_m} + (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{2 g H_n}\right\} 2 \pi r\, dr =$$

$$= \frac{4}{D_e^2 - D_i^2} \left[\frac{D_e^2}{2} \left\{\frac{\varepsilon}{c_m}\, \frac{\pi n}{30}\, \frac{D_e}{6} + (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{4 g H_n}\right\} - \frac{D_i^2}{2} \left\{\frac{\varepsilon}{c_m}\, \frac{\pi n}{30}\, \frac{D_i}{6} + (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{4 g H_n}\right\}\right] =$$

$$= 2 (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{g H_n} + \frac{\varepsilon \pi n}{90\, c_m}\, \frac{D_e^3 - D_i^3}{D_e^2 - D_i^2} = \left| \begin{matrix} \nu = \dfrac{D_i}{D_e} \\ c_m = \dfrac{4 Q}{\pi D_e^2 (1 - \nu^2)} \end{matrix} \right| =$$

$$= 2 (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{g H_n} + \frac{\varepsilon \pi n}{90\, c_m}\, \frac{1 - \nu^3}{1 - \nu^2}\, D_e = 2 (1 - \eta_{dif})\, \frac{16\, Q^2}{\pi^2 g\, H_n\, D_e^4\, (1 - \nu^2)^2} + \frac{\varepsilon\, \pi^2\, n\, D_e^3\, (1 - \nu^3)}{360\, Q}$$

Como el diámetro óptimo hay que obtenerlo para unas pérdidas mínimas, derivando la anterior respecto a D_e y despejando, se obtiene:

$$(1 - \eta_{dif})\ \frac{16\ Q^2}{\pi^2 g\ H_n\ (1 - \nu^2)^2}\ (- \frac{4}{D_e^5}) + \frac{\varepsilon\ \pi^2\ n\ D_e^2\ (1 - \nu^3)}{240\ Q} = 0$$

$$D_e = 1{,}487\ \sqrt[7]{(1 - \eta_{dif})\ \frac{Q^3}{\varepsilon\ n\ H_n\ (1 - \nu^3)(1 - \nu^2)^2}}$$

que es el valor del diámetro óptimo del rodete teniendo en cuenta el rendimiento medio del difusor η_d, el caudal Q, la relación entre los diámetros a la entrada y salida ν, la altura neta H_n, el número de revoluciones por minuto ***n***, y la esbeltez del álabe.

V.9.- CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS KAPLAN

Sabemos que en las turbinas Kaplan existen dos órganos reguladores del caudal, los álabes del distribuidor caracterizados por el parámetro ***x*** que determina su grado de apertura, y los álabes móviles del rodete, cuya posición viene caracterizada por el ángulo φ_0.

Esto hace que sea posible el que la turbina funcione en un mismo punto del campo característico con rendimientos distintos; lo que se pretende es el conseguir que la turbina Kaplan funcione en cada punto con un rendimiento óptimo. En lugar de una sola colina de rendimientos, como en las turbinas Francis o Pelton, se pueden trazar dos series distintas de colinas de rendimientos, Fig V.17.

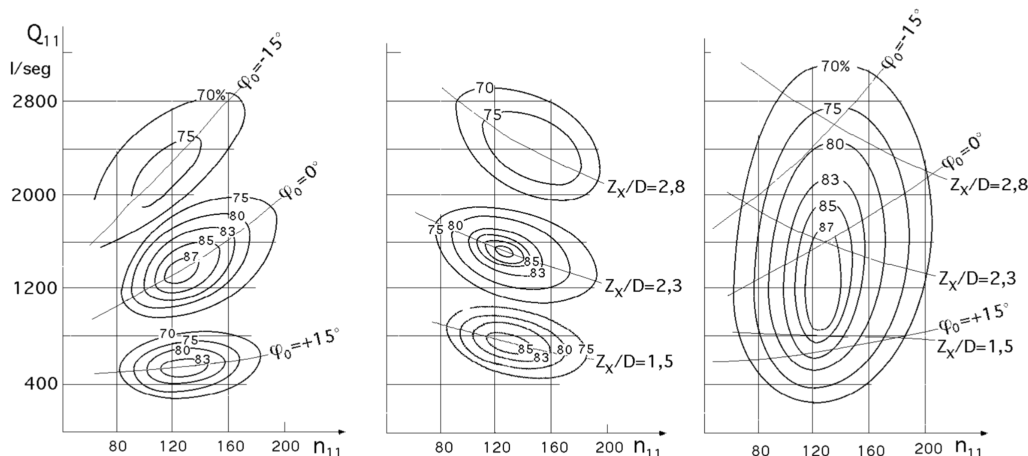


Fig V.17.- Trazado de la colina de una turbina Kaplan

REGULACIÓN DEL CAUDAL ORIENTANDO LOS ÁLABES DEL DISTRIBUIDOR, MANTENIENDO LOS DEL RODETE FIJOS.- En la primera serie se fijan los álabes del rodete en una posición determinada, φ_0 = Cte, y se traza una colina regulando el caudal únicamente con el distribuidor; para ángulos φ_0 distintos se obtienen otras tantas colinas de rendimientos.

REGULACIÓN DEL CAUDAL ORIENTANDO LOS ALABES DEL RODETE, MANTENIENDO LOS DEL DISTRIBUIDOR FIJOS.- En la segunda serie se fija la apertura ***x*** del distribuidor, y se traza una colina regulando el caudal, modificando únicamente el ángulo φ_0 de los álabes del rodete; para distintas aperturas del distribuidor x_1, x_2, x_3,..., etc, se obtienen otras tantas colinas.

Colina de rendimientos.- De este doblete de colinas hay una muy singular, cuyos rendimientos son los óptimos que se pueden alcanzar en el punto correspondiente del campo característico; a esta colina es a

la que normalmente se conoce como colina de rendimientos de la turbina Kaplan. Para el trazado de las curvas características universales de las turbinas Kaplan, se pueden seguir varios procedimientos.

Mediante el primero se obtienen un número conveniente de colinas de la primera serie, una colina para cada valor de ***x*** dado, regulando el caudal variando el ángulo φ_0 de los álabes del rodete.

Asimismo se traza un número conveniente de colinas de la segunda serie, cada una para un valor de φ_0 = Cte, regulándose el caudal variando la apertura ***x*** del distribuidor.

Se llevan las dos series de colinas así obtenidas a un mismo plano y se trazan las líneas de rendimiento máximo que se pueden alcanzar con una combinación adecuada de la apertura del distribuidor ***x*** y del ángulo φ_0 de las palas del rodete, lo cual se consigue trazando las envolventes de las isolíneas de rendimientos de las diversas colinas, tal como se muestra en la Fig V.18.

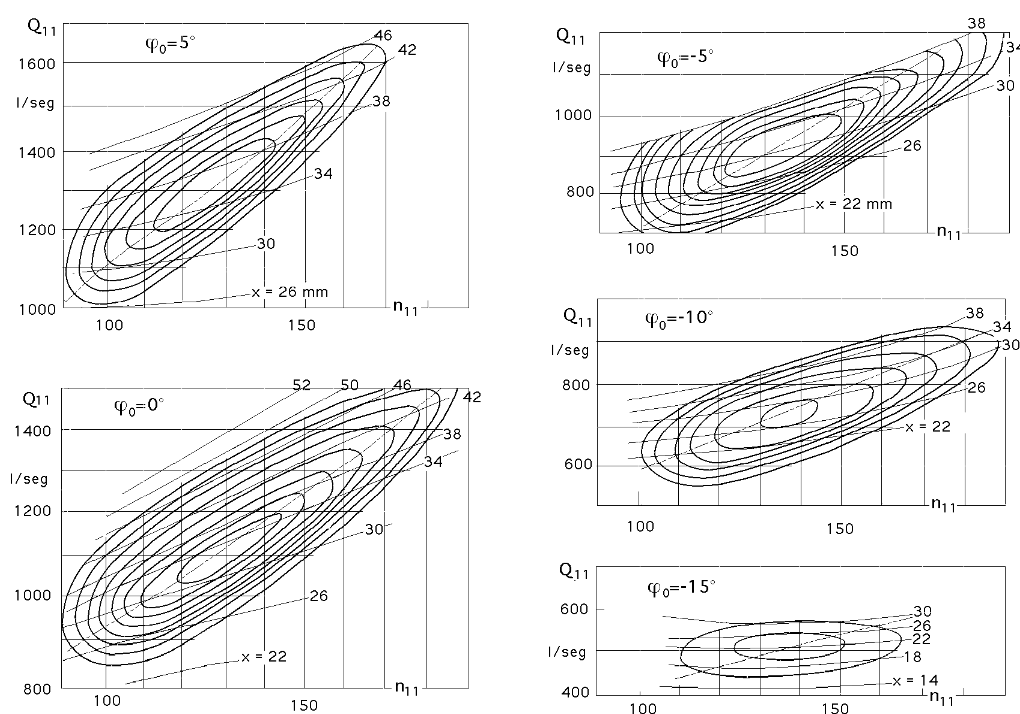


Fig V.18.- Colinas de rendimientos de una turbina Kaplan para cinco valores del ángulo φ

Según ésto, cada punto del campo característico se puede realizar con el $\eta_{(total\ máximo)}$ correspondiente a la isolínea de, η_{total} = Cte, que pasa por dicho punto, con la condición de que la apertura del distribuidor y el ángulo de los álabes del rodete sean los correspondientes a las líneas de los puntos x = Cte, φ_0 = Cte, que pasan por dicho punto.

Siguiendo otro procedimiento se trazan una serie de colinas de rendimientos de uno de los dos tipos descritos anteriormente, siendo preferidos los del primero porque es más fácil variar φ_0.

Se comprueba que al aumentar φ_0 aumenta Q_{11} mientras que el valor óptimo de n_{11} varía poco, disminuyendo para ángulos φ elevados, como se muestra en las colinas de rendimientos de la turbina Kaplan representada en la Fig V.18, obtenidas para cinco valores del ángulo φ_0 de posición de los álabes del rodete. Se establece la condición de situar cada punto del plano (Q_{11}, n_{11}) con el rendimiento óptimo, obteniéndose así la colina de rendimientos.

Se escoge un valor determinado de n_{11}, se traza la vertical, n_{11}= Cte, y se leen en las diferentes colinas los valores máximos del rendimiento, (caracterizadas por valores distintos de φ_0), y en la intersec-

ción de la vertical, n_{11} = Cte, con cuantos valores de Q_{11} se deseen, en cada caso, anotándose también el valor de φ_0 de la colina respectiva y el valor de ***x*** con el que se obtiene dicho rendimiento.

Para cada valor de n_{11} se obtienen l os tres tipos de curvas:

$$\eta_{total} = f(Q_{11}) \quad ; \quad x = f(Q_{11}) \quad ; \quad \varphi_0 = f(Q_{11})$$

que se han representado en la Fig V.20, para un mismo valor de n_{11}, obtenidas a partir de las curvas características universales descritas anteriormente.

Para otros valores de n_{11} se trazan otras series de curvas de este tipo, y con estos datos se pueden trazar las curvas características universales de las turbinas Kaplan.

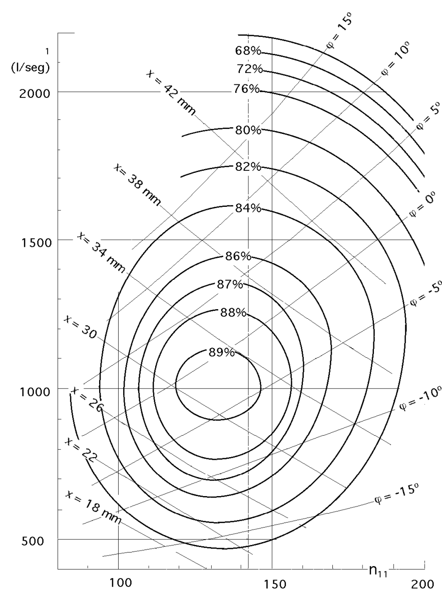


Fig V.19.- Curvas características universales de una turbina Kaplan

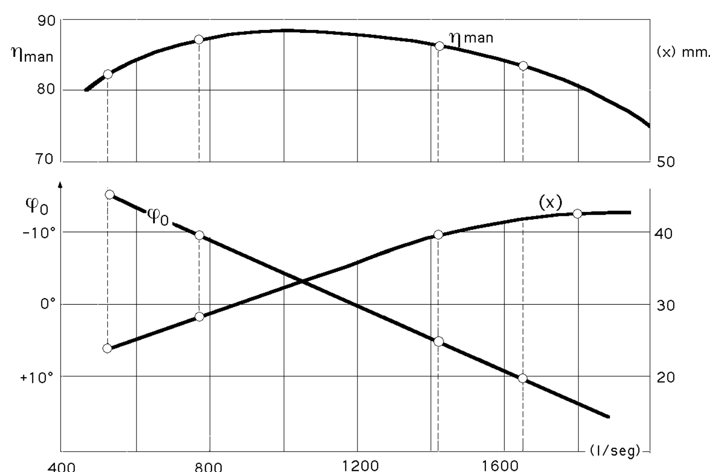


Fig V.20.- Curvas de η, φ, x, para un mismo valor de n_{11}

Para ello, en cada punto del plano (Q_{11}, n_{11}) se anotan tres valores de η_{tot} y ***x***, obteniéndose el diagrama de dichas turbinas trazando:

a) Las isolíneas de igual rendimiento

b) Las isolíneas de φ = Cte, que son los valores del ángulo del rodete con los que se obtienen los rendimientos máximos

c) Las de apertura, x = Cte, como se indica en la Fig V.18

obteniéndose así un diagrama universal aplicable a una serie de turbinas Kaplan geométricamente semejantes a la turbina ensayada, Fig V.19.

La turbina Kaplan en funcionamiento se caracteriza por un número de revoluciones por minuto ***n***, su diámetro D y altura neta H_n determinados, que a su vez proporcionan un n_{11} para dicha turbina Kaplan, siempre que H_n se mantenga constante, por cuanto $n_{11} = \dfrac{n\,D}{\sqrt{H_n}}$

Las características particulares de la turbina Kaplan se determinan sobre el diagrama universal, trazando la vertical que pasa por el punto n_{11} obteniéndose así los valores máximos del rendimiento, para diferentes caudales, y los valores de ***x*** y de φ que hay que adoptar para conseguir dichos rendimientos.

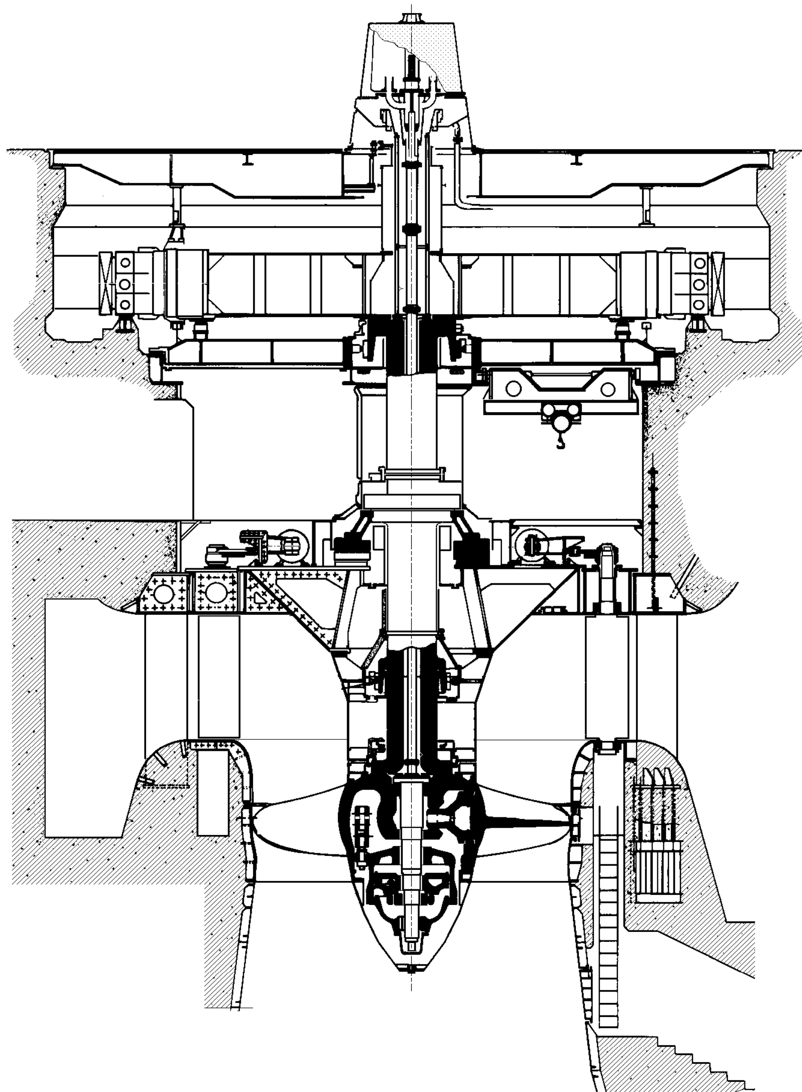


Fig V.21.- Turbina Kaplan de 112 MW de la Central del río Tieté

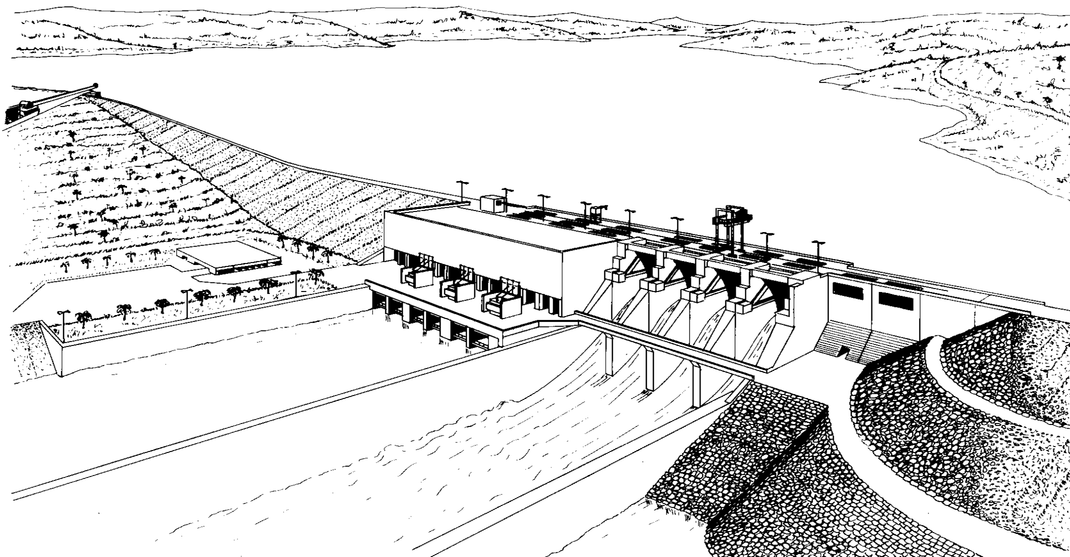


Fig V.22.- Central del río Tieté, afluente del Paraná, estado de Sao Paulo

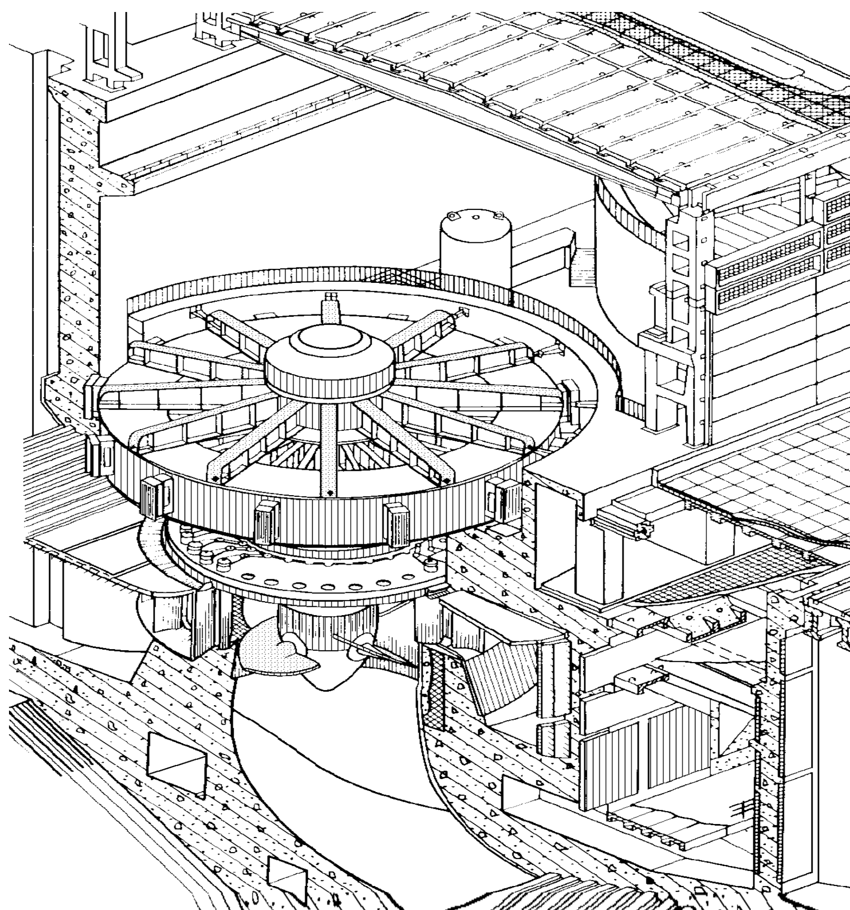
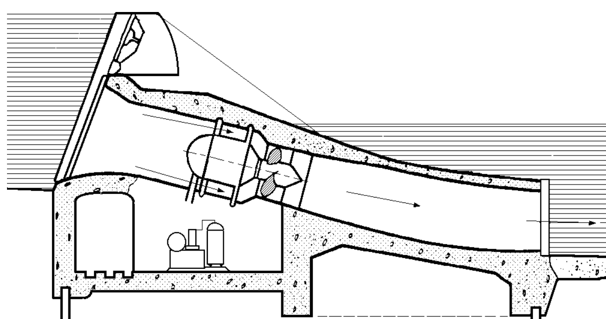


Fig V.23.- Disposición de una turbina Kaplan

V. 10.- TURBINA S BULBO

Los grupos Bulbo, como parte fundamental de algunas centrales minihidráulicas y maremotrices, no son más que un tipo especial de turbina hélice, capaces de aprovechar saltos de pequeño desnivel, pero de gran caudal. Estos grupos fueron concebidos en un principio para ser utilizados en cuencas fluviales de grandes caudales y posteriormente han sido empleados también por las centrales maremotrices, que como sabemos se caracterizan, por pequeñas alturas y grandes caudales.



H = 3,75 m ; Q = 6,3 m^3/seg ; N = 195 kW ; n = 250 rpm ; Diámetro del rodete = 1,35 m

Fig V.24.- Grupo Bulbo de Röstin 1936

El nacimiento oficial de estos grupos Bulbo, tiene lugar el 27 de diciembre de 1933, adquiriendo el derecho de los mismos Arno Fisher, que en 1936 inaugura los dos primeros grupos de Rostin, Fig V.24, sobre el río Persante; la potencia de esta primera central era de 168 kW.

La ventaja de estos grupos, en los que el agua desliza axialmente, es muy superior a los tradicionales de eje vertical.

En primer lugar, se produce una mejor distribución de velocidades del agua sobre las palas, lo que permite disminuir el diámetro de las mismas, para una misma potencia en comparación con las de eje vertical; se ha comprobado que para una caída y consumo dados se obtiene la misma potencia, por ejemplo, con una rueda de 6,10 m de diámetro en deslizamiento axial, a una velocidad de 87 rpm, que con una rueda Kaplan de 7 m girando a 71 rpm.

Otra ventaja la constituye la disminución de las pérdidas de carga, tanto a la entrada como a la salida de la turbina lo que implica una mejora del rendimiento, presentando al tiempo mejores condiciones a la cavitación, lo que origina una disminución del coste de la obra civil.

POSICIÓN DEL ALTERNADOR.- En principio, los constructores se encontraron con tres alternativas para la instalación del alternador, que podía ir colocado en el exterior del Bulbo, en su periferia o en su interior.

Grupos Bulbo con el alternador en el exterior.- La idea data de la construcción de la primera presa de Asuán en 1927, pero nunca se han conseguido grandes resultados a causa de la aparición de vibraciones.

Grupos Bulbo con el alternador en la periferia.- La idea proviene del ingeniero americano, Leroy Harza, Fig V.25, y data de 1921; las palas hélice juegan el papel de brazos del rotor lo cual hace que cuando éstas se construyen orientables, los problemas mecánicos son insalvables. Los polos magnéticos inductores del alternador se encuentran unidos solidariamente a la periferia del rodete de la turbina y giran con él, turbinas Straflo.

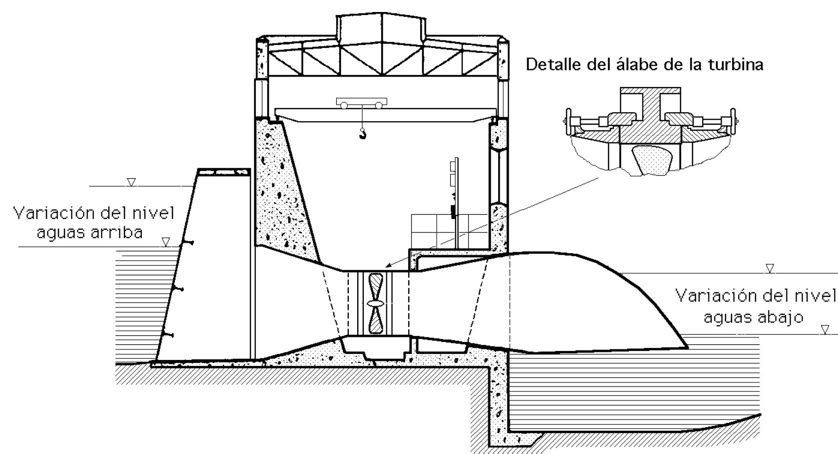


Fig V.25.- Grupo con alternador periférico, (Harza)

Grupos Bulbo con el alternador en el interior.- Estos Bulbos son básicamente los que se emplean actualmente y datan de 1933, y aunque a priori fueron mal aceptados, acabaron imponiéndose. Al finalizar la 2ª Guerra Mundial, Francia se interesa por la adopción de grupos reversibles maremotrices y grupos para pequeños saltos.

El empleo de los grupos Bulbo en las centrales maremotrices se debe fundamentalmente a las condiciones de doble sentido tanto de funcionamiento, como a la necesidad de emplear los propios grupos Bulbo en funciones de bombeo para provocar el llenado del embalse. Este tipo de funcionamiento originó problemas en los sistemas eléctricos que implicaron una disminución del tamaño del alternador, y en el sistema de refrigeración por aceite a presión, para evacuar el calor y evitar las entradas de agua en el

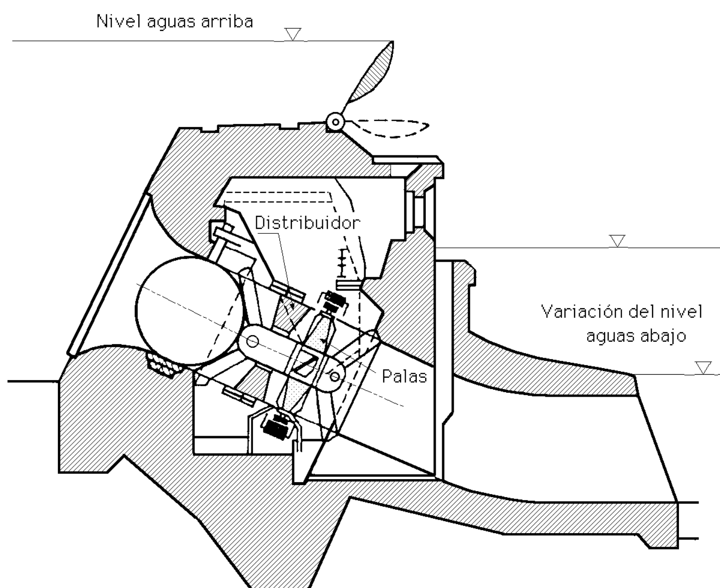
recinto sumergido del alternador, lo que indujo a construir un grupo único (turbina-alternador) siendo en este momento cuando nacen los auténticos grupos Bulbo de aplicación exclusiva en las centrales maremotrices, que tienen como características principales:

a) Paso del agua a su través, axialmente

b) Funcionamiento en los dos sentidos y posibilidad de actuar como bomba para el llenado del embalse.

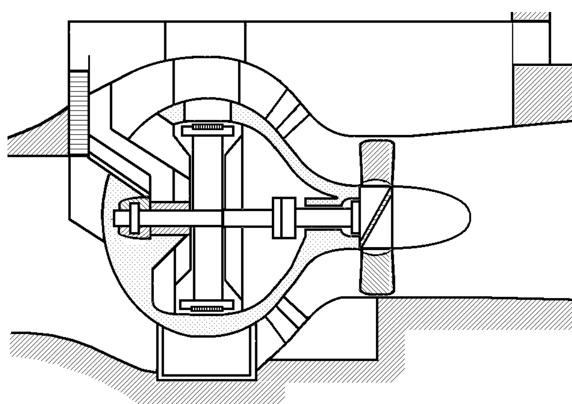
Entre otros tipos de grupos Bulbos hay que señalar aquellos que por su concepción están dedicados a aprovechar saltos pequeños con caudales relativamente pequeños; entre estos son de destacar los grupos en sifón, que se emplean para saltos de 1,5 m a 3 m con caudales del orden de 15 m^3/seg, siendo sus potencias del orden de 50 a 300 kW.

Otro tipo lo constituyen los grupos en depósito de agua, para consumos del orden de 10 a 15 m^3/seg, aunque pueden alcanzar consumos mayores, siendo las alturas del salto generalmente superiores a las de sifón. Otro modelo de mayor caída, lo constituye los ***Bulbos en conducción***, cuya principal característica es su sencillez, pues se confunden la presa y la central en una única obra.



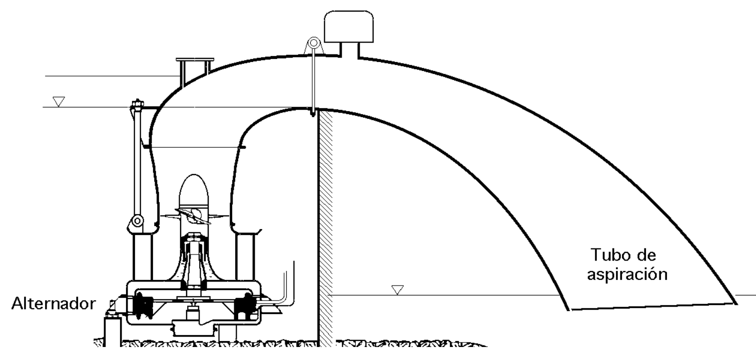
H = 9 m ; Q = 25 m^3/seg ; N = 1.75 MW ; n = 214 rpm ; Diámetro del rodete d = 2,15 metros

Fig V.26.- Grupo con alternador periférico de Steinbach (Baviera)



Diámetro del rodete = 8 m ; diámetro del Bulbo = 12 m

Fig V.27.- El primer proyecto de grupo Bulbo para el Rance (1943)



H = 2,6 m ; N = 95 kW ; Q = 6 m^3/seg ; n = 214 rpm

Fig V.28.- Sistema Bulbo con sifón-aspirador a la salida

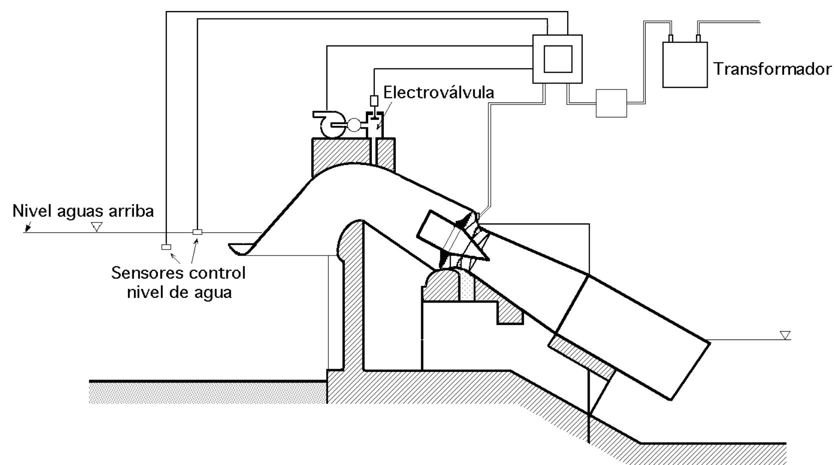
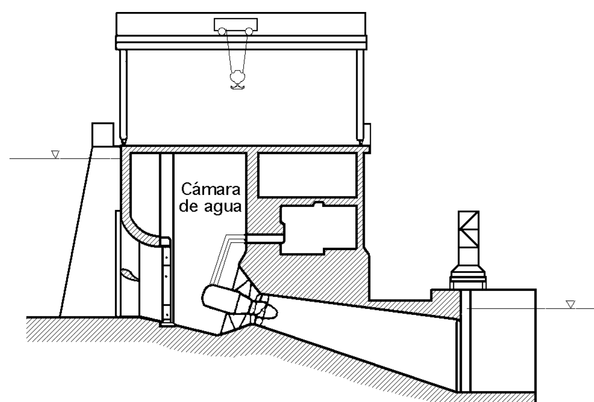
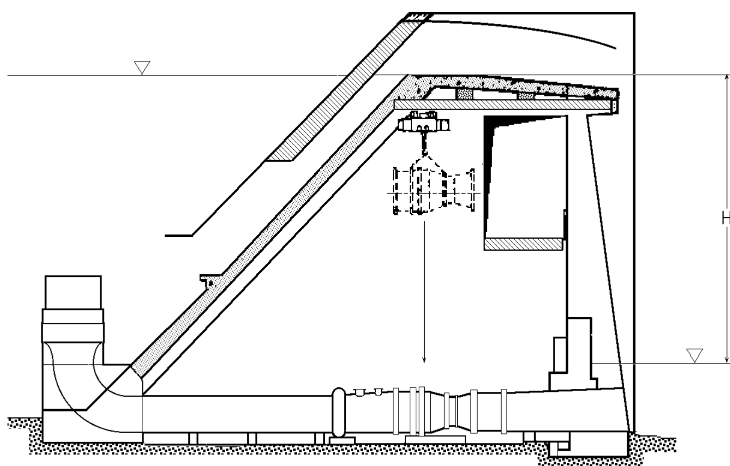


Fig V.29.- Sistema de Bulbo con depósito de agua y sifón aguas arriba



H = 7,8 m ; Diámetro del rodete d = 1,65 m ; Q = 12,5 m^3/seg ; N = 810 kW ; n = 250 rpm

Fig V.30.- Sistema de grupo Bulbo instalado en cámara de agua (Castet) (1954)



Q = 7,5 m^3/seg ; H = 15,5 m ; N = 0,8 MW ; n = 500 rpm ; Diámetro del rodete d = 1,12 m
Fig V.31.- Sistema de Bulbo en conducción

V.11.- LOS GRUPOS BULBO; PROYECTOS Y PERSPECTIVAS

La búsqueda de turbomáquinas que funcionen como turbina y como bomba, en ambos sentidos, con conductos hidráulicos de formas simples y por lo tanto económicos, tendentes a mejorar la rentabilidad de las microcentrales y las centrales maremotrices, condujo a la puesta a punto de los grupos Bulbo; para ello se han utilizado máquinas axiales, que requieren conductos hidráulicos de formas simples y dimensiones reducidas, y que permiten un aumento de la potencia específica, y una reducción del costo de la obra civil. La primera generación de turbinas Bulbo fueron las del tipo Castet, con un diámetro de rueda inferior a 2 m; con ellos se dió un paso decisivo en el conocimiento de los numerosos problemas que se fueron presentando, tanto hidráulicos como mecánicos.

Trazado hidráulico de los grupos Bulbo.- Lo que se trata de conseguir con los grupos Bulbo es aumentar la potencia específica, mediante un aumento de la velocidad específica n_s. Los ensayos sobre la distribución de velocidades, muestran que las pérdidas de carga más importantes se producen a la entrada y a la salida, cuando las potencias específicas son elevadas.

Los conductos hidráulicos de los grupos Bulbo son menos complicadas que los de las turbinas Kaplan, y llegan a tener pérdidas relativamente poco importantes, por lo que se pueden conseguir con los grupos Bulbo mayores potencias específicas, para un salto hidráulico dado.

En la Fig V.32 se comparan un grupo convencional Kaplan proyectado en principio para el Rance, con el tipo Bulbo definitivamente adoptado.

Mientras la turbina Kaplan, con 9 MW, necesitaba una longitud de dique de 20,5 metros, la turbina Bulbo, con 1 MW más, ocupaba sólo 13,3 m, pudiéndose apreciar en la citada figura que las obras requeridas para este último son también más sencillas.

Para rendimientos iguales, los grupos Bulbo tienen un diámetro de rueda inferior al de las turbinas Kaplan de la misma potencia; para caídas más pequeñas que el salto de diseño, las potencias generadas por la turbina axial (grupos Bulbo) son superiores a las desarrolladas por las turbinas Kaplan.

El tubo de aspiración.- La energía cinética a la salida de la rueda alcanza un valor próximo a la energía total del salto, lo que muestra la importancia del tubo de aspiración en las máquinas con grandes potencias específicas.

Un deslizamiento axial uniforme a la salida de la rueda es difícil de obtener, incluso para un sólo sentido de funcionamiento; se obtendría un excelente rendimiento si se tomase la precaución de escoger un

adecuado ángulo α_0 en el codo del tubo de aspiración.

Sin embargo, para éste ángulo ideal a_0 la longitud del tubo de aspiración tendería a aumentar y llegaría a alcanzar valores económicamente inaceptables, por lo que la ingeniería hidráulica se vería obligada a elegir una sección de salida igual a casi cuatro veces la sección de la rueda, lo que implicaría el riesgo de desprendimiento de la capa límite, con la consiguiente erosión del conducto.

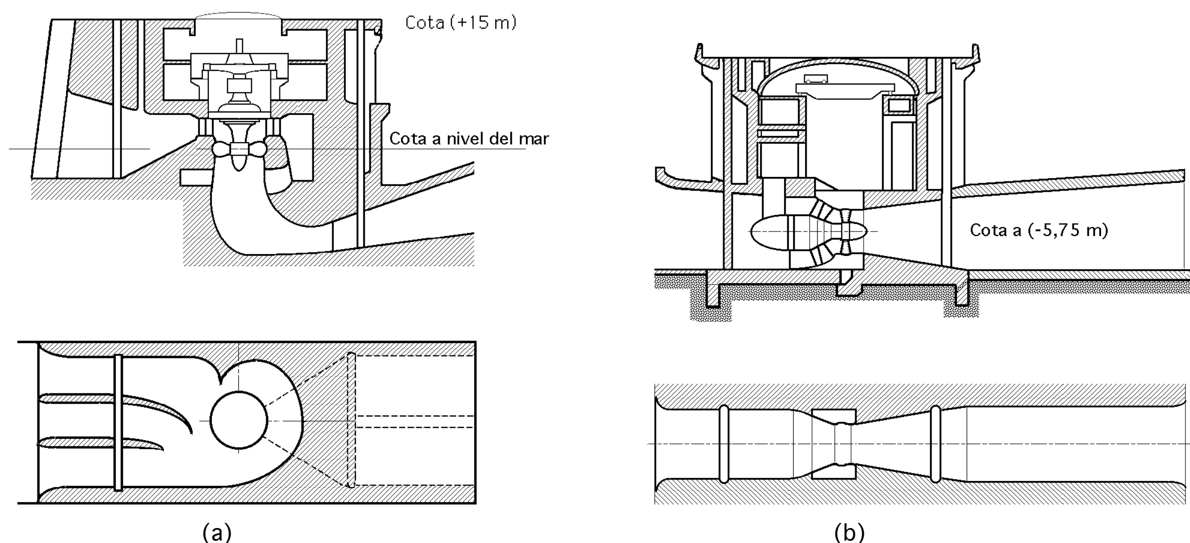
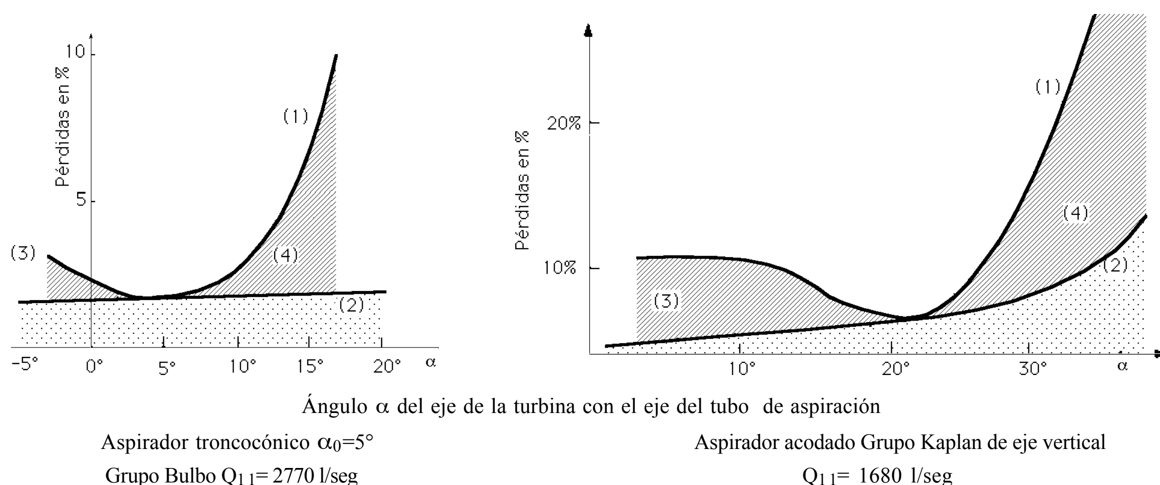


Fig V.32.- Conductos hidráulicos requeridos por una turbina Kaplan y un grupo Bulbo

La elección de un momento cinético residual y de una ley de reparto de velocidades tangenciales a lo largo de la sección, es difícil, pues las pérdidas en el tubo de aspiración no provienen únicamente del desprendimiento de la capa límite, sino también de corrientes de retorno en la parte central. Cuando el momento cinético a la entrada del aspirador llega a ser demasiado grande, las pérdidas por estas corrientes de retorno, crecen también muy rápidamente.



Ángulo α del eje de la turbina con el eje del tubo de aspiración

Aspirador troncocónico α_0=5° — Grupo Bulbo Q_{11}= 2770 l/seg

Aspirador acodado Grupo Kaplan de eje vertical — Q_{11}= 1680 l/seg

Curvas: (1) Pérdida total en el aspirador; (2) Pérdidas por rozamiento para $\Delta h = kc^2$

Zonas: (3) Pérdidas por desprendimiento de la pared; (4) Pérdidas por recirculación

Fig V.33.- Pérdida de carga en algunos tipos de tubo de aspiración de turbinas Bulbo y Kaplan

En la Fig V.33 se presentan las pérdidas en el aspirador de un grupo Bulbo y de uno Kaplan; se han llevado en ordenadas las pérdidas y en abscisas el ángulo que forma la velocidad absoluta en el aspirador con el eje de la máquina α, observándose que las pérdidas crecen más rápidamente para valores supe-

riores al ángulo óptimo que para valores inferiores. En suma el flujo en el tubo aspirador depende del trazado del conjunto de los conductos hidráulicos y de la rueda.

Las pérdidas en el aspirador troncocónico provienen casi únicamente de los desprendimientos de la capa límite, de las turbulencias, y de los grandes remolinos que originan tales desprendimientos.

La energía cinética a la salida del tubo aspirador de un grupo Bulbo es del orden de (1,4÷1,5) veces la energía cinética a la salida del rodete $\frac{c_m^2}{2g}$; en un grupo Kaplan llega a ser $\frac{3 c_m^2}{2g}$

La recuperación parcial de esta energía creada en el aspirador se efectúa en mejores condiciones para los grupos Bulbo que para los Kaplan, pues el campo de velocidades a la salida del aspirador es más homogéneo para las Bulbo que para éstas.

Conductos.- Las pérdidas de carga en los conductos de los grupos Bulbo y Kaplan, son comparables; sin embargo, las dimensiones de los conductos aguas arriba del distribuidor del grupo Bulbo son más pequeños que los de la Kaplan. Una limitación de las dimensiones de los conductos aguas arriba, permite disminuir la longitud de la central y alojar el conjunto del grupo entre paredes planas, verticales, y paralelas, obteniéndose así una mejora en la potencia para una longitud de central dada.

Estas disposiciones de conjunto exigen también que el diámetro del Bulbo y, por lo tanto, el del estator del alternador sea inferior al diámetro del rodete, por lo que el futuro desarrollo de estas máquinas se encuentra condicionado por la posibilidad de construir alternadores de diámetro reducido, que sería muy importante para los grupos maremotores que funcionan en los dos sentidos.

El crecimiento de las potencias específicas, conduce a grupos con diámetro de rodetes de 7,5 a 8 metros. Para no aumentar el precio de los distribuidores móviles, se han adoptado álabes directrices de formas simples; las generatrices de los nervios de éstos álabes concurren en el vértice de un cono que contiene los ejes de las directrices; este vértice constituye un centro de homotecia para los diferentes nervios, por lo que estas formas en el diseño simplifican considerablemente su construcción.

El trazado óptimo del rodete exige que las directrices posean una cierta torsión (álabes alabeados), lo que supone un aumento en el coste del distribuidor, que lo pueden hacer económicamente inaceptable. Se obtiene un reparto correcto de las velocidades c_1 a la entrada del rodete, jugando con la forma de las paredes, con la geometría del distribuidor y con la forma de los perfiles homotéticos de las directrices; hasta el presente, para los grupos Bulbo con un solo apoyo aguas arriba, la relación entre los diámetros de entrada y de la rueda es del orden de 0,8 a 0,9; si se trata de grupos de 7,5 a 8 metros de diámetro esta relación aumenta hasta 1,2 ó 1,3 para facilitar la construcción de la carcasa del alternador y su posterior montaje en varias piezas.

El aumento de la relación entre el diámetro del alternador y el de la rueda conduce a modificar el trazado hidráulico de la entrada aguas arriba y del distribuidor. Para no alargar demasiado el grupo, es preciso disminuir el ángulo en el vértice del distribuidor cónico, lo que implica un aumento de la curvatura de deslizamiento a la entrada del distribuidor.

Se pueden concebir grupos de potencia específica elevada con una relación entre el diámetro del alternador y el de la rueda del orden de 1,2 a 1,3 adoptando un ángulo medio en el vértice del distribuidor del orden de 40° a 50° pero ésto implica problemas en la alimentación de la rueda.

Cavitación.- Los grupos Bulbo entran en la categoría de turbinas alimentadas por saltos fuertemente variables por lo que las condiciones que provocan la cavitación se tienen que analizar en profundidad, así como el diseño de las zonas que son propensas a su formación y desarrollo con la reducción de la tensión,

estabilidad de los deslizamientos, vibraciones, etc; por razones económicas no se puede adoptar un diseño que cumpla con todas estas premisas y garantice la máquina contra toda efecto de cavitación. Las observaciones sobre la aparición y desarrollo de la cavitación constituyen un conjunto de datos, sin los cuales no se podría realizar el trazado de las palas; pero sobre todo sirven para definir en las diferentes zonas de funcionamiento los márgenes que se pueden adoptar.

Para la determinación del diseño de los grupos Bulbo se adoptan las mismas reglas y los mismos parámetros obtenidos a partir de los resultados de explotación de las turbinas Kaplan, obteniéndose un margen de seguridad suficiente.

Potencias específicas de los grupos Bulbo.- El examen de datos estadísticos muestra que el caudal Q_{11} de una turbina unidad Bulbo alcanza los 4 m^3/seg, mientras que el de una turbina Kaplan no llega a los 2,6 m^3/seg; la velocidad en los grupos Bulbo llega a valores de n_{11}= 250 rpm y la de una Kaplan a 200 rpm. Para saltos equivalentes, la contrapresión sobre las palas de una turbina Bulbo es más elevada que sobre las de una Kaplan de la misma potencia nominal. Los límites citados se corresponden con una potencia maximal del alternador, con el límite de cavitación y con la abertura máxima del distribuidor.

Se puede hablar de una equivalencia entre el salto y el nº de rpm del rodete bulbo y el salto y el nº de rpm del rodete Kaplan. Para el ejemplo que se propone:

$$\frac{\text{Turbina Kaplan}}{\text{Turbina bulbo}} = \frac{\text{Salto (7 m)}}{\text{Salto (6,1 m)}} = \frac{83{,}3 \text{ rpm}}{71{,}4 \text{ rpm}} = 1{,}15$$

la relación entre salto y nº de rpm es 1,15.

El peso de la turbina bulbo es sensiblemente inferior al de la turbina Kaplan, como se indica en la Tabla 4:

Tabla V.2.- Relación en peso entre los grupos bulbo y Kaplan

	Grupo Kaplan	Grupo bulbo	% en peso
Turbina	720 Tm	575 Tm	145 Tm (20%)
Alternador	270 Tm	145 Tm	125 Tm (46%)
Grupo completo	990 Tm	720 Tm	270 Tm (27%)

Parámetros.- Entre los parámetros característicos de los equipos empleados en una central maremotriz, destacan los siguientes:

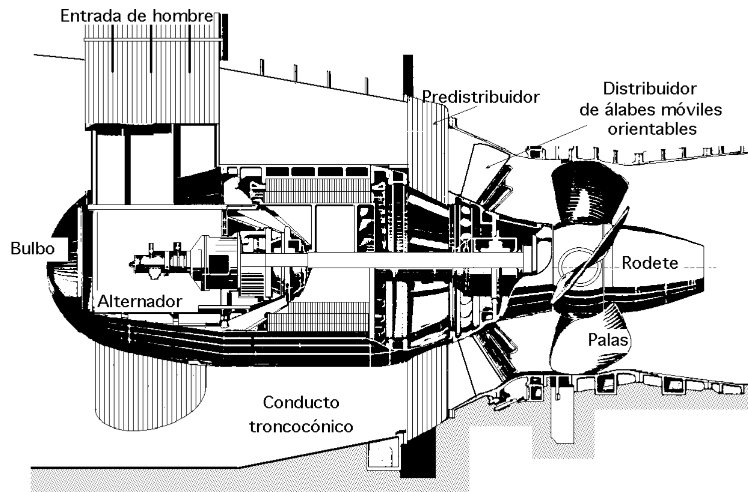
a) La elección del diámetro del rodete que fija la escala de la obra civil de la instalación, siendo una necesidad económica la tendencia a los grandes diámetros

b) Las alturas nominales tienden a ser iguales a la altura mínima necesaria para obtener la potencia nominal; estas alturas nominales son lo bastante bajas como para satisfacer bien las pequeñas mareas, pero suficientes, para no rebajar las grandes.

Estos dos parámetros condicionan la velocidad de rotación del grupo y por lo tanto las dimensiones del alternador.

Tabla V.3.- Algunas realizaciones

Año	1980	1980	1980	1982	1983
País	Bélgica	Bélgica	Suiza	Austria	Canadá
Localidad	Andenne	Lixhe	Höngg	Weizöde	Annápolis
Unidades	3	4	1	2	1
Diámetro Rodete (m)	3,55	3,55	3	3,7	7,6
Salto (m)	5,5	5,5	3,5	11	7,1
Potencia (MW)	3,5	3,5	1,5	8	20



H = 11,30 m ; Q = 89 m^3/seg ; N = 8,5 MW ; n = 150 rpm ; Diámetro del rodete, d = 3,80 metros

Fig V.34.- Grupo Bulbo de Beaumont-Monteux

Como los lugares apropiados para una instalación de este tipo están caracterizados por unos saltos variables entre cero y un máximo de 13 a 14 metros, los funcionamientos a baja altura de carga influyen fuertemente sobre la productividad de las instalaciones maremotrices; las disposiciones posibles que intentan paliar esta influencia son:

a) La utilización de un multiplicador de velocidad permite que el alternador no sólo gire más deprisa, sino que también reduzca su diámetro y, por tanto, el tamaño del Bulbo que condiciona en general, al grupo. Además su empleo permite la utilización de un alternador más clásico, de mayor rendimiento y de un precio más bajo, rentabilizando las instalaciones de baja altura, que son las de mayor interés para las centrales maremotrices.

b) El funcionamiento de los grupos a velocidad variable utilizando unos convertidores estáticos de frecuencia a potencia total o a potencia nominal, que permitan el desembrague automático del alternador cuando la velocidad pase de un umbral prefijado, lo que limitará la velocidad de embalamiento del alternador.

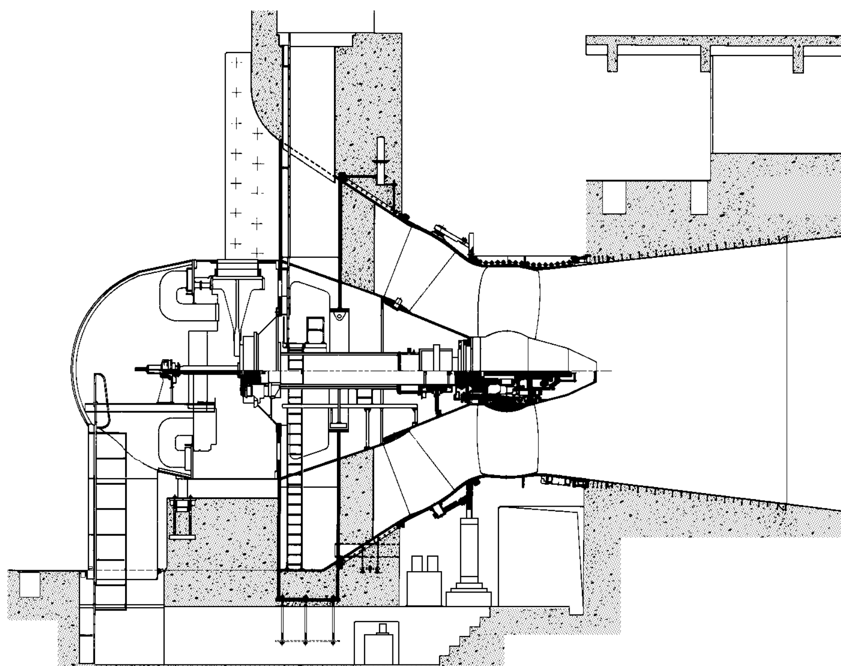


Fig V.35.- Turbina Bulbo

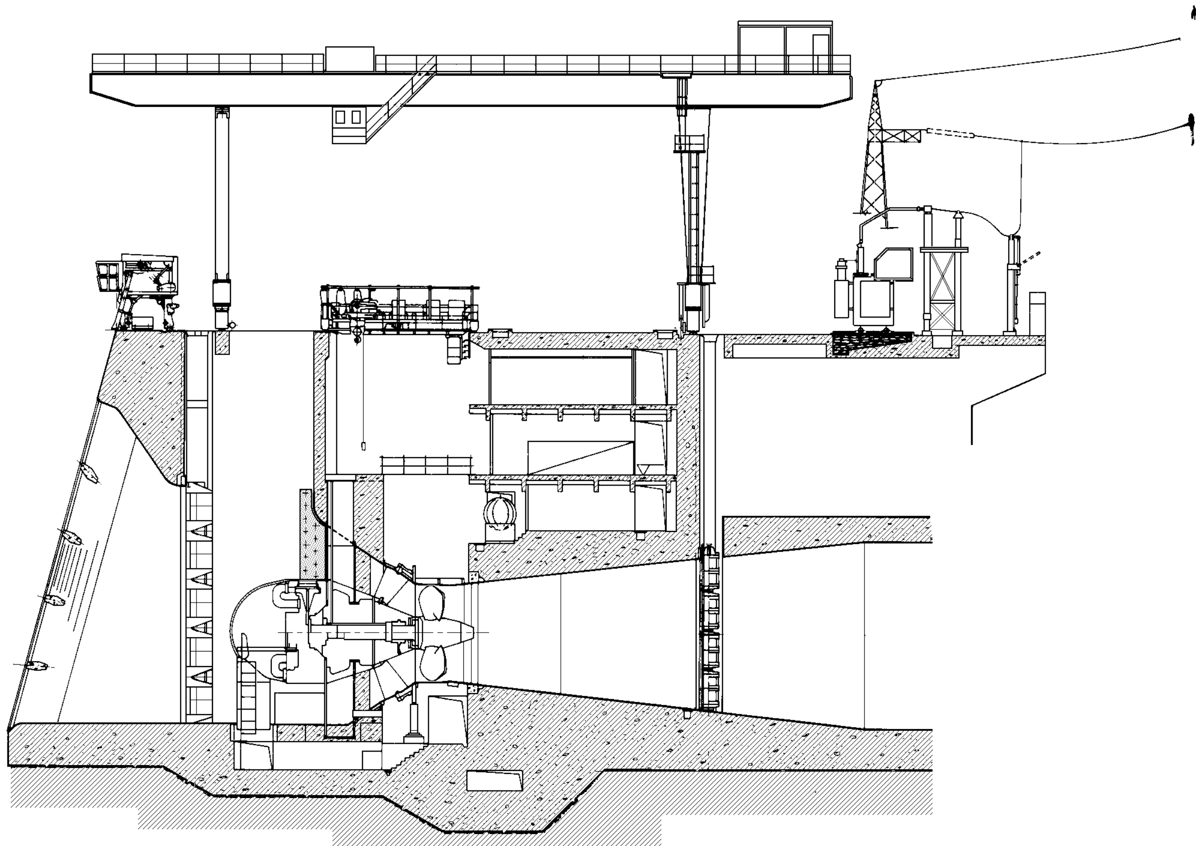


Fig V.36.- Turbina Bulbo instalada en un dique

VI. RÉGIMEN TRANSITORIO EN TURBOALTERNADORES

VI.1.- EQUILIBRIO DINÁMICO DE GRUPOS ROTATIVOS

Si se considera un grupo rotativo integrado por una turbina que acciona un generador eléctrico, el acoplamiento entre ambas máquinas puede ser directo, funcionando al mismo número de revoluciones, o indirecto, en el que cada máquina funciona a un número de revoluciones distinto, pudiéndose hacer los siguientes supuestos:

a) El centro de gravedad de cada máquina está en el eje de rotación, siendo las reacciones en los apoyos del eje independientes de la velocidad de rotación de los grupos, (equilibrio estático)

b) El eje de rotación de los grupos debe ser eje principal de inercia, (equilibrio dinámico), quedando excluidas cualquier tipo de vibraciones perjudiciales

Si el eje de rotación de un grupo pasa por su centro de gravedad y es principal de inercia, las fuerzas centrífugas tienen una resultante nula y un momento nulo, por lo que las reacciones en los apoyos del eje no dependen de la velocidad angular; en estas circunstancias se dice que el grupo está estática y dinámicamente equilibrado.

ACOPLAMIENTO DIRECTO.- De acuerdo con la Fig VI.1, llamaremos eje (z-z) al eje común de rotación del grupo turbina-alternador. Llamaremos C_m al par de las fuerzas motrices y C_r al par de las fuerzas resistentes que en un instante dado actúan sobre los grupos; el par resultante es:

$$C = C_m - C_r$$

La energía cinética de un elemento de masa ***m*** situado a la distancia ***r*** del eje de giro (z-z), en un grupo estático y dinámicamente equilibrado, en un instante dado es:

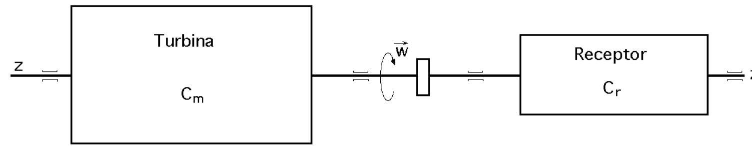


Fig VI.1

$$dE = \frac{m\,u^2}{2} = \frac{m\,r^2 w^2}{2}$$

siendo ***w*** la velocidad angular del grupo.

La energía cinética total del grupo, en dicho instante es: $E = \frac{w^2}{2} \sum m\,r^2 = \frac{I\,w^2}{2}$

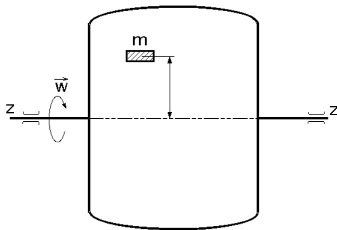


Fig VI.2

siendo I el momento de inercia respecto al eje de rotación de las masas que integran el grupo.

Si en un intervalo de tiempo, la velocidad angular del grupo pasa del valor w_0 al w, la energía cinética del mismo se modifica desde:

$$E_0 = \frac{I\,w_0^2}{2} \xrightarrow{\text{hasta}} E = \frac{I\,w^2}{2}$$

experimentando dicho grupo un incremento de energía cinética:

$$E - E_0 = \frac{I\,(w^2 - w_0^2)}{2}$$

que tiene que ser igual, por el Teorema de las fuerzas vivas, a la suma de los trabajos desarrollados durante dicho intervalo por las fuerzas exteriores que actúan sobre el rotor, tanto motrices T_m como resistentes T_r, es decir:

$$T_m - T_r = \frac{I\,(w^2 - w_0^2)}{2}$$

Para estudiar la variación de la velocidad del grupo en un elemento de tiempo dt, en el que se produce un incremento de la velocidad angular dw, el trabajo desarrollado por las fuerzas exteriores es:

$$dT_m - dT_r = I\,w\,dw$$

y si en dt el ángulo girado por el grupo es $d\theta$, se tiene: $\begin{cases} dT_m = C_m\,d\theta \\ dT_r = C_r\,d\theta \end{cases}$, valores que sustituidos en la ecuación anterior y teniendo en cuenta que: $d\theta = w\,dt$, dan como resultado:

$$(C_m - C_r)\,d\theta = I\,w\,dw = (C_m - C_r)\,w\,dt \quad ; \quad I\,dw = (C_m - C_r)\,dt$$

deduciéndose la ecuación del movimiento del grupo, en régimen transitorio, para el acoplamiento directo, en la forma:

$$I\,\frac{dw}{dt} = C_m - C_r$$

Al analizar esta ecuación se pueden presentar los siguientes casos:

a) Si el par resultante de las fuerzas motrices es constantemente igual al de las fuerzas resistentes, $C_m = C_r$, se verifica:

$$I \frac{dw}{dt} = C_m - C_r = 0 \quad ; \quad \frac{dw}{dt} = 0 \quad ; \quad w = Cte$$

es decir, la aceleración angular es nula y la velocidad angular ***w*** constante, (régimen estacionario); el movimiento de rotación es uniforme y existe equilibrio dinámico; a esta velocidad uniforme de rotación se la denomina velocidad de régimen.

b) Si existiendo equilibrio dinámico, $C_m = C_r$, resulta que el par resistente C_r decrece bruscamente hasta un valor, $C_{r'} < C_r$, el par motor C_m no se puede modificar simultáneamente por lo que:

$$C_m - C_{r'} > 0$$

originándose una aceleración angular creciente que implica una velocidad angular ***w*** del grupo creciente; al aumentar la velocidad de giro, el grupo tiende a embalarse salvo que el regulador actúe sobre el distribuidor de la turbina influyendo en la admisión del fluido, modificando el par motor.

c) Si existiendo equilibrio dinámico, $C_m = C_r$, resulta que el par resistente C_r aumenta bruscamente hasta un valor $C_{r'} > C_r$, el par motor C_m no se puede modificar simultáneamente por lo que:

$$C_m - C_{r'} < 0$$

y, por lo tanto, la aceleración angular será decreciente, y la velocidad angular ***w*** también; en esta situación el grupo tiende a pararse, salvo que actúe el regulador en el sentido de incrementar la admisión de fluido en la turbina, y modificar así el par motor para mantener su velocidad dentro de los límites prefijados.

Los dispositivos de regulación de estos grupos tienen que cumplir las siguientes condiciones:

a) La perturbación no tiene que originar ningún tipo de alteración material en el grupo, lo que caracteriza la seguridad de marcha.

b) El movimiento en régimen transitorio debe tener la menor duración posible, lo que caracteriza la estabilidad.

c) Es necesario que al final de la perturbación, una vez el regulador haya restablecido la igualdad de los pares motor y resistente para la nueva carga, se vuelva con normalidad a la velocidad de régimen, o si se trata de una velocidad distinta que esté perfectamente determinada y fijada de antemano.

ACOPLAMIENTO INDIRECTO.- Para el acoplamiento indirecto, Fig VI.3, se puede definir la relación k entre las velocidades angulares del alternador y de la turbina, en la forma:

$$w_1 \, r_1 = w_2 \, r_2 \quad ; \quad k = \frac{r_1}{r_2} = \frac{w_2}{w_1} = Cte$$

en la que r_1 y r_2 son los radios de la transmisión.

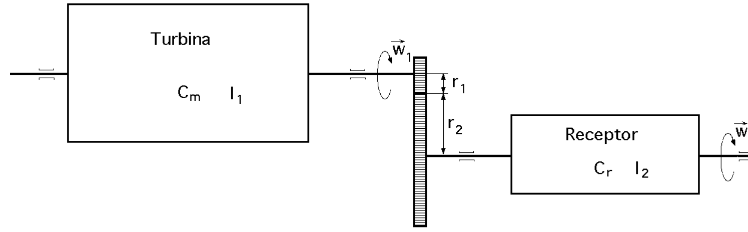


Fig VI.3

Si en un instante dado el par que el alternador opone al movimiento es C_r en el eje de la turbina se origina el par $C_{r'}$ de valor:

$$C_r w_2 = C_{r'} w_1 \quad ; \quad C_{r'} = \frac{w_2}{w_1} C_r = k\, C_r$$

En ese mismo instante, la energía E_m de las masas giratorias a la velocidad w_1 correspondiente a la turbina es:

$$E_m = \frac{I_1 w_1^2}{2}$$

y la energía E_r correspondiente a las masas que giran a la velocidad w_2 alrededor del eje del alternador:

$$E_r = \frac{I_2 w_2^2}{2} = \frac{k_1^2 I_2 w_1^2}{2}$$

por lo que la energía total de las masas giratorias del grupo es:

$$E = E_m + E_r = \frac{w_1^2}{2} (I_1 + k_1^2 I_2)$$

Si en un determinado intervalo de tiempo la energía del grupo pasa de E_0 a E_1, la variación de energía experimentada tiene que ser igual a la suma de los trabajos desarrollados por las fuerzas exteriores, en la forma:

$$E_1 - E_0 = \frac{w_1^2 - w_0^2}{2} (I_1 + k^2 I_2) = T_m - T_r$$

En un instante dado el par motor es C_m y el par resistente es C_r ; si a partir de dicho instante se considera un tiempo dt, el incremento de la velocidad angular dw_1 de la turbina es:

$$(I_1 + k^2 I_2)\, w_1\, dw_1 = dT_m - dT_r$$

y si $d\theta_1$ y $d\theta_2$ son los ángulos elementales girados por el eje de la turbina y del alternador en dt, se tiene:

$$dT_m = C_m\, d\theta_1 = C_m\, w_1\, dt$$

$$dT_r = C_r\, d\theta_2 = C_r\, w_2\, dt = k\, C_r\, w_1\, dt$$

por lo que:

$$(I_1 + k^2 I_2) \frac{dw_1}{dt} = C_m - k C_r$$

que es la ecuación del movimiento de los grupos para el caso de un acoplamiento indirecto.

VI.2.- MOMENTO DE INERCIA DE UN VOLANTE

En las máquinas rotativas el volante actúa en combinación con el regulador de velocidad, acelerando o frenando al grupo, al tiempo que atenúa las oscilaciones de la velocidad del mismo en las denominadas irregularidades accidentales, como son los cambios de régimen, la carga o descarga bruscas, etc. Lo que caracteriza dinámicamente a un volante es su momento de inercia respecto a su eje de rotación, que se puede determinar en función del peso P de la llanta y de su diámetro medio D.

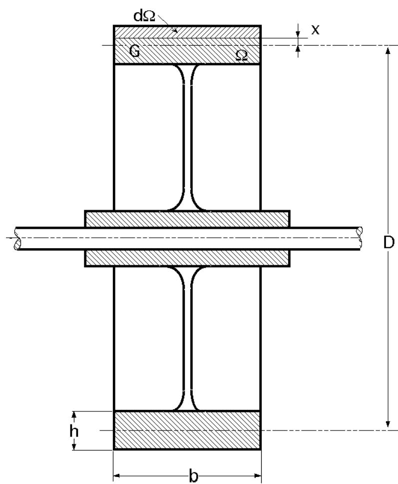


Fig VI.4

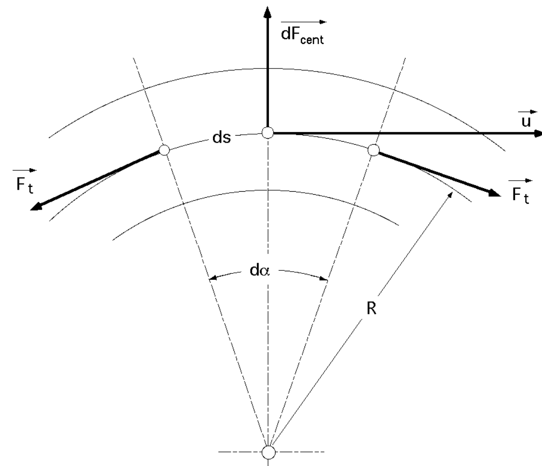


Fig VI.5

De acuerdo con la Fig VI.4, si Ω es la sección diametral de la llanta y si se desprecia el momento de inercia del cubo, por ser muy pequeño frente al del resto de la llanta, al considerar el elemento de superficie dΩ situado a la distancia ***x*** de un eje paralelo al de giro que pasa por el c.d.g. de dicha sección diametral, el volumen elemental dV de llanta engendrado por dicho elemento superficial dΩ es:

$$dV = 2 \pi (\frac{D}{2} + x) d\Omega$$

La masa elemental correspondiente a este elemento de volumen de peso específico γ es:

$$dM = \frac{2 \pi \gamma}{g} (\frac{D}{2} + x) d\Omega$$

y su momento de inercia elemental respecto al eje de rotación:

$$dI = \frac{2 \pi \gamma}{g} (\frac{D}{2} + x)^3 \, d\Omega$$

Integrándola para toda la sección diametral Ω de la llanta, se obtiene el momento de inercia buscado:

$$I = \frac{2\pi\gamma}{g}\int_\Omega (\frac{D}{2} + x)^3\ d\Omega = \frac{2\pi\gamma}{g}\{\frac{\Omega D^3}{8} + \frac{3D}{2}\int_\Omega x^2 d\Omega + \frac{3D^2}{4}\int_\Omega x\, d\Omega + \int_\Omega x^3 d\Omega\}$$

en la que por la simetría del volante, son cero las integrales: $\int_\Omega x\, d\Omega = \int_\Omega x^3 d\Omega = 0$, resultando:

$$I = \frac{\pi\gamma\Omega D^3}{4g}\{1 + \frac{12}{\Omega D^2}\int_\Omega x^2 d\Omega\} = \left| \begin{array}{c} \text{Radio de giro} \\ \frac{1}{\Omega}\int_\Omega x^2 d\Omega = r_{giro}^2 \end{array} \right| = \frac{\pi\gamma\Omega D^3}{4g}\{1 + 12(\frac{r_{giro}}{D})^2\}$$

Como las dimensiones de la sección diametral de la llanta son siempre muy pequeñas con relación a su diámetro medio, el radio de giro es despreciable respecto a D, y teniendo en cuenta que el peso de la llanta es, $P = \pi\gamma\Omega D$, resulta:

$$I = \frac{\pi\gamma\Omega D}{4g} D^2 = \frac{P D^2}{4g} = \frac{F}{4g} = \frac{P r^2}{g} = M r^2$$

siendo: $F = P D^2$, el factor de inercia del volante; r, el radio de inercia ; M, la masa del volante

Cualquier rotor, (turbina, alternador, volante, etc), viene caracterizado por su factor de inercia. Para cumplir determinadas condiciones de regulación, el factor F debe tener un valor mínimo, que en muchos casos es suficiente sumando el correspondiente a la turbina y al alternador, sin necesidad de volante, mientras que en otros puede que no sea suficiente, por lo que habrá que incluir un volante cuyo PD^2 complemente el del grupo.

Si para unas condiciones de regulación determinadas se exige un factor de inercia F, siendo F_{grupo} el factor de inercia del grupo turbina-alternador, si $(F_{grupo} < F)$ habrá que compensarlos colocando en el eje de dicho grupo un volante cuyo factor de inercia sea la diferencia, $F_{vol} = F - F_{grupo}$, es decir, la expresión $(F_{vol} = P D^2)$ permite determinar el peso de la llanta y el diámetro medio del volante, aunque el valor de D venga restringido de forma que no pueda sobrepasar un límite superior, motivado por las tensiones internas que sufriría la llanta por la acción de la fuerza centrífuga.

Para calcular un volante de factor de inercia F_{vol} hay que determinar, de acuerdo con las características mecánicas del material, la velocidad tangencial máxima admisible $u_{máx}$. Para ello consideraremos una fracción de llanta comprendida entre dos secciones que forman un ángulo $d\alpha$. Ambas secciones Ω están sometidas a dos fuerzas iguales F_t que equilibran la fuerza centrífuga dF_{cent}., Fig VI.5, que es de la forma:

$$dF_{cent} = M\frac{u^2}{R} = \frac{\gamma\Omega\, ds}{g}\frac{u^2}{R} = |\ ds = R\, d\alpha\ | = \frac{\gamma\Omega}{g} u^2\ d\alpha$$

El equilibrio de las fuerzas F_t y dF_{cent} exige que:

$$dF_{cent} = 2 F_t \operatorname{sen}\frac{d\alpha}{2} = F_t\, d\alpha \Rightarrow \frac{\gamma\Omega}{g} u^2 d\alpha = F_t\, d\alpha \Rightarrow \frac{\gamma\Omega}{g} u^2 = F_t$$

y teniendo en cuenta el coeficiente $\sigma_{tracción}$ de tracción del material

$$\sigma_{tracción} = \frac{F_t}{\Omega} = \frac{\gamma\, u_{máx}^2}{g} \Rightarrow u_{máx} = \sqrt{\frac{g\, \sigma_{tracción}}{\gamma}}$$

Para un número n de revoluciones por minuto del grupo, la velocidad tangencial no puede sobrepasar la velocidad límite $u_{máx}$, deduciéndose el máximo diámetro medio D a adoptar:

$$u = \frac{\pi\, n\, D}{60} \quad ; \quad u \leq u_{máx} \quad ; \quad D_{máx} = \frac{60\, u_{máx}}{\pi\, n} \quad ; \quad D \leq D_{máx}$$

Fijado el diámetro D dentro de los límites anteriores y conocido el valor de F, el peso P de la llanta es:

$$P \leq \frac{F}{D^2}$$

y la sección diametral Ω de la misma, mediante el Teorema de Guldin:

$$P = \pi\, \gamma\, \Omega\, D \quad ; \quad \Omega = \frac{P}{\pi\, \gamma\, D}$$

VI.3.- FUNCIÓN DEL VOLANTE DURANTE LAS VARIACIONES DE CARGA

En las máquinas rotativas que accionan generadores eléctricos, funcionando con una determinada apertura del distribuidor, o con un ángulo determinado de los álabes como en las Kaplan Bulbo o Straflow, los pares motor C_m y resistente C_r son constantes en cada revolución, por lo que la ecuación del movimiento en los rotores indica que éste será uniforme siempre que ($C_m = C_r$) por lo que la aceleración angular ($dw/dt = 0$) y la velocidad angular w constante, deduciéndose de éllo que la potencia motor es continuamente igual a la potencia resistente, manteniéndose entre ambas un valor constante durante la rotación uniforme del grupo. En las máquinas rotativas no existen irregularidades cíclicas, ya que el movimiento se mantiene uniforme mediante la continua igualdad de pares y potencias, funcionando en combinación con el regulador de velocidad, frenándolas o acelerándolas, por lo que sus oscilaciones de velocidad se atenúan en los cambios de régimen.

RÉGIMEN ESTACIONARIO.- Si se supone un grupo constituido por una turbina y un alternador, que gira a un número de revoluciones n constante, el funcionamiento en régimen estacionario implica en todo instante que la potencia motor es igual a la potencia resistente, $N_m = N_r$. El diagrama representado en la Fig VI.6, tiene de ordenadas las potencias N_m y N_r y de abscisas los tiempos t; la representación de estas potencias viene dada por dos rectas superpuestas paralelas al eje de tiempos.

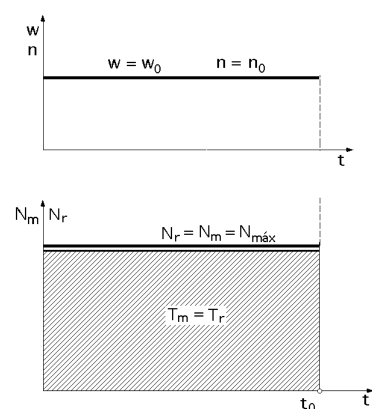


Fig VI.6

Cuando la turbina desarrolla la potencia máxima (nominal)

$$N_m = N_{máx} \Rightarrow N_r = N_{máx}$$

el régimen de funcionamiento viene representado por una paralela al eje de tiempos, de ordenada ($n = n_0$). Si el régimen estacionario se mantiene durante un intervalo de tiempo t_0 la ecuación del movimiento

del grupo en el tiempo ***t*** comprendido dentro del intervalo t_0 es:

$$T_m - T_r = \frac{I\,(w^2 - w_0^2)}{2}$$

siendo w_0 la velocidad angular del grupo en el origen de tiempos del régimen estacionario y ***w*** su velocidad angular al cabo del tiempo ***t***. Analizando el diagrama inferior se observa que los trabajos motor y resistente así definidos son rectángulos de superficies respectivas:

$$T_m = N_{máx}\ t$$
$$T_r = N_r\ t$$

que son iguales ya que, $N_{máx} = N_r$ y el intervalo de tiempo ***t*** considerado es común, por lo que al ser:

$$T_m = T_r \quad \Rightarrow \quad \frac{I\,(w^2 - w_0^2)}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad w = w_0$$

y mientras no varíe el régimen, la velocidad ***w*** se mantendrá constantemente igual a la inicial w_0.

RÉGIMEN TRANSITORIO.- Si se produce una descarga brusca parcial en el grupo, Fig VI.7, la potencia resistente descenderá rápidamente desde el valor, $N_r = N_{máx}$ hasta el valor $N_{r'} < N_r$ es decir:

$$\Delta N = N_r - N_{r'} = N_{máx} - N_{r'}$$

En esta situación, si la potencia desarrollada por la turbina siguiese invariable e igual a la máxima $N_m = N_{máx}$ al aplicar al grupo la ecuación del movimiento de los rotores, en el intervalo comprendido t_0 y ***t'***, se tendrá:

$$T_m - T_{r'} = \frac{I\,(w'^2 - w_0^2)}{2}$$

siendo: ***w'*** la velocidad angular en ***t'***

$T_{r'}$ el trabajo resistente desarrollado por el alternador en el intervalo t'- t_0

T_m el trabajo motor desarrollado por la turbina en el mismo intervalo de tiempo

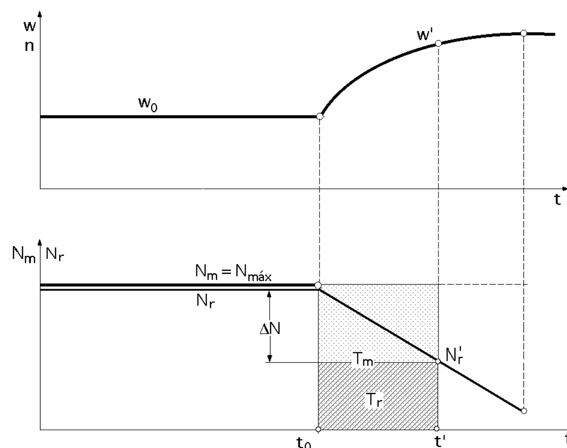


Fig VI.7

Los trabajos motor y resistente se miden por el área de los rectángulos de valores respectivos:

$T_m = N_{máx}(t' - t_0)$; $T_{r'} = N_{r'}(t' - t_0)$

y como en esta situación se sabe que $N_{r'} < N_{máx}$ resulta que si se considera una descarga brusca, la potencia motora permanecerá invariable e igual a la máxima $N_{máx}$, lo que implica que el trabajo motor desarrollado en un intervalo cualquiera será siempre mayor que el trabajo resistente desarrollado en el mismo tiempo, y así constante e indefinidamente se verificará que $T_m > T_{r'}$:

$$T_m - T_r = K > 0$$

que dice que cuando se produce una descarga brusca, si la potencia motor permanece invariable e igual a su valor máximo $N_m = N_{máx}$ el valor de K ademas de positivo, es creciente con el tiempo en el intervalo $(t' - t_0)$ y como:

$$T_m - T_{r'} = \frac{I (w'^2 - w_0^2)}{2} \quad ; \quad \frac{I (w'^2 - w_0^2)}{2} - K > 0$$

al ser el trabajo motor superior al resistente, la velocidad angular ***w'*** crecerá constantemente, acelerándose el grupo, prácticamente hasta su velocidad de embalamiento.

En efecto, al crecer las resistencias pasivas con la velocidad del grupo, así como originarse por la velocidad creciente otras resistencias propias del modo de funcionamiento de la turbina, tal como sucede, por ejemplo, en las turbinas hidráulicas en las que cuando se alcanza la velocidad de embalamiento, la reacción del agua sobre los álabes la frena porque se opone al sentido de giro apareciendo unos pares que, junto con el par resistente, llegan a equilibrar el par motor, estableciéndose un nuevo régimen de funcionamiento a la velocidad w_{emb} de embalamiento que, por otra parte, dada su magnitud, es inadmisible a efectos de seguridad del grupo en cuestión.

Observando la ecuación del movimiento se deduce que para el caso de una descarga brusca, el volante por sí solo no puede evitar ni la aceleración del grupo, ni por lo tanto, su embalamiento, ya que por muy grande que sea su momento de inercia I, no se puede evitar el crecimiento de la velocidad angular ***w'***, por cuanto la diferencia entre los trabajos motor y resistente desarrollados por el grupo, además de ser positiva, crece en el transcurso del tiempo, y es aquí precisamente donde se hace patente la necesidad de un regulador de velocidad que actúe sobre la admisión del fluido motor al producirse la descarga y reduzca la potencia motor del grupo igualándola a la nueva potencia resistente, llegándose así, en un período de tiempo prudencial, el de su actuación, a un nuevo estado de equilibrio dinámico, en el que la nueva velocidad del grupo, constante, aunque no sea la primitiva w_0, será otra que difiera muy poco de ella, y que estará dentro del límite de irregularidad admisible impuesto por las características exigidas al funcionamiento y a las condiciones de seguridad del grupo.

Si el grupo está dotado de volante y de regulador de velocidad y se produce una descarga brusca, Fig VI.8, desde $N_r = N_{máx}$ hasta $N_{r'} < N_r$, inmediatamente después de la descarga se tendrán una potencia motor y una potencia resistente, de la forma:

$N_r = N_{máx}$

$N_{r'} < N_{máx}$

por lo que el grupo se acelerará, adquiriendo velocidades continuamente crecientes a partir de la w_0 que tenía en el instante ($t = t_0$) en que se produjo la descarga brusca. Al alcanzar la velocidad un cierto valor, entrará en funcionamiento el regulador de velocidad, tendiendo a disminuir la potencia del grupo desde $N_{máx}$ hasta el nuevo valor $N_{m'} = N_{r'}$ en que se vuelve a establecer en el grupo un nuevo régimen permanente, cuya velocidad si no es la primitiva w_0, será otra que diferirá muy poco, haciendo que la oscilación máxima de velocidades esté comprendida dentro de unos límites admisibles.

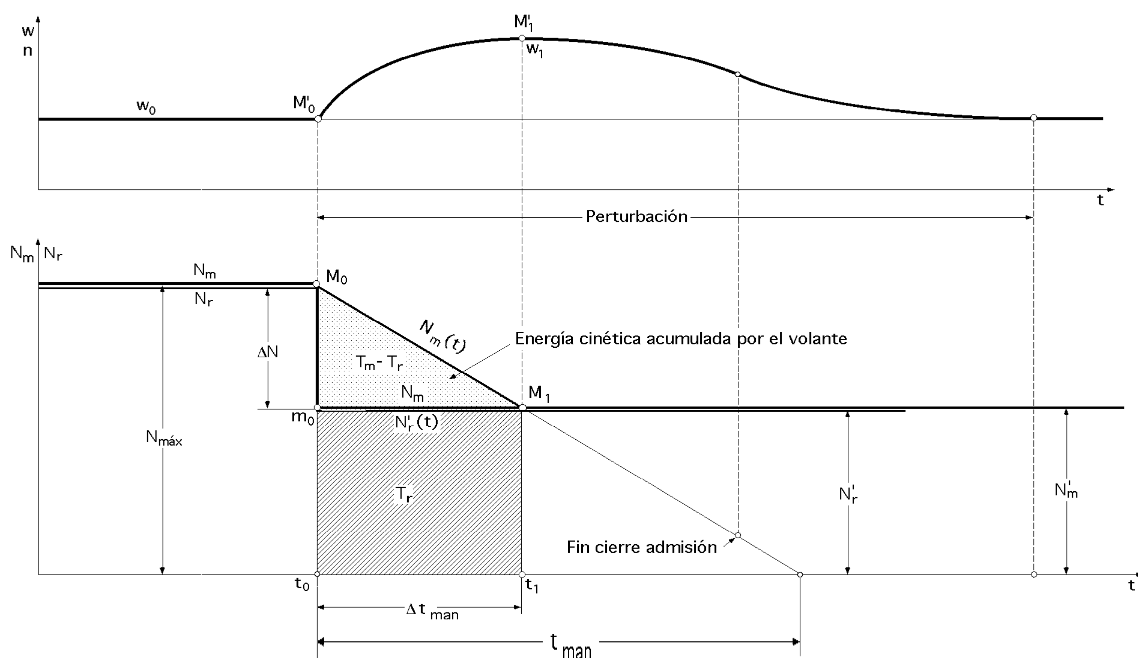


Fig VI.8.- Régimen variable que origina en el grupo una descarga brusca, cuando está dotado de volante y de regulador de velocidad

Si se admite que el regulador actúa sobre la admisión de caudal de forma que éste varíe linealmente con el tiempo, y se considera a su vez que el salto neto H_n y el rendimiento global η permanecen constantes durante la perturbación, como la potencia motriz es de la forma:

$$N_m = \gamma\, q\, H_n\, \eta$$

resulta que como durante la maniobra de regulación, el caudal q varía linealmente con el tiempo t, también variará linealmente con t la potencia motora N_m. En consecuencia, en la Fig 8 se observa que si t_{man} es el tiempo total de maniobra del regulador, tiempo que se emplea en reducir la admisión del caudal de la turbina desde su valor máximo hasta cero, (cierre completo de la admisión), o lo que es lo mismo, el empleado en reducir la potencia desarrollada por la turbina desde, $N_m = N_{máx}$, hasta cero, siendo Δt_{man} el tiempo que dicho regulador emplea en reducir la potencia, $N_m = N_{máx}$, hasta el nuevo valor, $N_m = N_{r'}$, correspondiente al nuevo régimen uniforme originado por la regulación, resulta de acuerdo con la ley lineal admitida que:

$$\frac{\Delta t_{man}}{t_{man}} = \frac{\Delta N}{N_{máx}} = \frac{\alpha\, N_{máx}}{N_{máx}} = \alpha$$

Durante el tiempo

$\Delta t_{man} = \alpha\, t_{man} = t_1 - t_0$

el regulador reduce linealmente la potencia motor desde su valor máximo $N_m = N_{máx}$ hasta el $N_m = N_{r'}$ mientras que la potencia resistente desciende bruscamente desde $N_r = N_{máx}$ hasta $N_{r'}$ que se representa en el diagrama por la vertical (M_0N_0); como la potencia motor es:

$N_{máx} > N_{r'}$

el grupo se acelerará, por lo que el regulador de velocidad comenzará a actuar en el sentido de reducir la potencia motor linealmente con el tiempo, línea (M_0M_1), hasta que al cabo del intervalo:

$\Delta T = t_1 - t_0 = \alpha\, T$

la potencia motor habrá quedado reducida al valor $N_{m'} = N_{r'}$ equivalente al de la nueva carga, o potencia resistente $N_{r'}$ punto M_1 del diagrama.

Aplicando al grupo la ecuación del movimiento de los rotores en el intervalo Δt_{man} y teniendo en cuenta que en dicho intervalo la potencia motor varía desde (M_0M_1) y la resistente según (m_0M_1) paralela al eje de tiempos, resulta que:

$$T_m - T_r = \frac{I\,(w^2 - w_0^2)}{2}$$

siendo: w_1 la velocidad adquirida por el grupo al cabo del tiempo Δt_{man}

T_m y T_r los trabajos motor y resistente desarrollados por el grupo durante el intervalo Δt_{man}

Los trabajos motor y resistente que actúan sobre el grupo en el intervalo Δt_{man} son:

T_m , superficie del trapecio ($M_0M_1t_1t_0$)
T_r , superficie del rectángulo ($m_0M_1t_1t_0$) $\Rightarrow$ $T_m - T_r$ = superficie del triángulo ($M_0M_1m_0$)

Hay que tener en cuenta que aunque el grupo se ha acelerado desde w_0 hasta w_1, en que el regulador ha igualado la potencia motor a la nueva carga, la aceleración angular dw/dt disminuye desde el instante inicial t_0 en que es máxima, hasta el instante t_1 en que se habrá anulado, ya que las diferentes ordenadas del triángulo ($M_0m_0M_1$), Fig VI.8, representan las diferencias que, en cada instante, existen en el grupo entre las potencias motor y resistente en el intervalo, $\Delta t_{man} = t_1 - t_0$.

Si en el instante t el par motor es $C_m(t)$, el par resistente es $C_r(t)$ y la velocidad angular es w, se tiene:

$$\left.\begin{aligned} N_m(t) &= C_m(t)\, w \\ N_r(t) &= C_r(t)\, w \end{aligned}\right\} \Rightarrow N_m(t) - N_r(t) = \{C_m(t) - C_r(t)\}\, w$$

De acuerdo con el referido triángulo, las ordenadas disminuyen desde su valor máximo en el instante t_0 hasta cero en el instante t_1 mientras que la velocidad w crece, por lo que la diferencia:

$C_m(t) - C_r(t)$

tiene que disminuir.

La ecuación del movimiento en los rotores aplicada a los sucesivos instantes comprendidos en el intervalo, $\Delta T = t_1 - t_0$, viene dada por:

$$I \frac{dw}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$$

en la que al decrecer el segundo miembro desde t_0 hasta anularse en t_1 queda comprobado que la aceleración en el referido intervalo es decreciente, desde un valor inicial máximo en t_0 hasta anularse en t_1.

Como consecuencia de la descarga y de la posterior actuación del regulador, el grupo experimenta una oscilación en la velocidad desde el valor w_0 en t_0 hasta el instante t_1 en que el regulador habrá igualado la potencia motor a la nueva carga, no siendo posible evitar las oscilaciones del grupo que, por otra parte son necesarias para que funcione el regulador, por lo que será necesario reducir éstas en lo posible, de forma que estén comprendidas dentro de los límites prefijados y exigidos por las condiciones de regulación del rotor; es precisamente aquí donde se pone de manifiesto el papel fundamental que desempeña el volante en un cambio de régimen motivado por una descarga o sobrecarga bruscas.

La ecuación del movimiento de los rotores en el intervalo Δt_{man}, durante el cual el regulador iguala la potencia motor a la nueva carga existente después de la descarga es:

$$\frac{I(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \text{Superficie del triángulo } (M_0 M_1 m_0) = \frac{(M_0 m_0)(M_1 m_0)}{2} =$$

$$= \left| \begin{matrix} (M_0 m_0) = \Delta N = \alpha N_{máx} \\ (M_1 m_0) = \Delta t_{man} = \alpha t_{man} \end{matrix} \right| = \frac{\alpha^2 t_{man} N_{máx}}{2}$$

Para un grupo hidroeléctrico con regulador de velocidad, la potencia máxima que desarrolla la turbina $N_{máx}$ y el tiempo t_{man} que invierte el regulador en efectuar un cierre completo de la admisión, son datos constantes; asimismo, si en dicho grupo se considera un determinado tipo de descarga, el valor de α será otro dato constante.

Se puede concluir diciendo que en las turbinas hidráulicas que accionan alternadores, el volante desempeña junto con el regulador, la función de disminuir las oscilaciones de velocidad, reduciéndolas de forma que queden comprendidas dentro de unos límites prefijados de antemano, de acuerdo con las características de regulación que a los referidos grupos se exijan.

VI.4.- VALOR DEL PD²

El método de cálculo que se propone representa una aproximación para el caso de un transitorio teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

a) El cierre o la apertura de la admisión varían linealmente con el tiempo.

b) El caudal que entra en la turbina es proporcional a los tiempos de cierre o apertura del distribuidor, suponiendo varía linealmente con el tiempo.

c) La potencia resistente N_r es independiente de la velocidad del grupo, por lo que la función $N_r(t)$ se representa por una horizontal.

d) El salto neto H_n y el rendimiento global del grupo se consideran constantes durante la perturbación.

e) Se desprecia la influencia de las sobrepresiones sobre la variación de la potencia motriz N_m.

f) El caudal se considera independiente de la velocidad angular del grupo.

En la ecuación:

$$\frac{I(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \frac{\alpha^2\, t_{man}\, N_{máx}}{2}$$

el segundo miembro representa el exceso de trabajo motor respecto el resistente en el intervalo Δt_{man}, en el que el regulador reduce la potencia motora al valor $N_{m'} = N_{r'}$ de la nueva carga.

Se puede poner:

$$\frac{I(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \frac{I(w_1 - w_0)(w_1 + w_0)}{2} = \frac{I\, w_0^2}{2}\,\frac{w_1 - w_0}{w_0}\,\frac{w_1 + w_0}{w_0} = \frac{I\, w_0^2}{2}\,\frac{w_1 - w_0}{w_0}\left(\frac{w_1 - w_0}{w_0} + 2\right)$$

siendo:

$$w_0 = \frac{\pi\, n}{30} \quad ; \quad w_1 = w_0 + \Delta w_0 = \frac{\pi\, n}{30} + \frac{\pi\, \Delta n}{30}$$

y como $(w_1 - w_0)$ es la máxima oscilación que experimenta el grupo durante la perturbación, se puede definir una oscilación relativa ***k*** de la forma:

$$k = \frac{w_1 - w_0}{w_0} = \frac{\Delta n}{n}$$

quedando la ecuación del movimiento del grupo y el valor del PD²:

$$\frac{I(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \frac{I}{2}\,\frac{\pi^2 n^2}{900}\, k(k + 2) = \left| I = \frac{P D^2}{4 g} \; ; \; \pi^2 \approx g \right| = \frac{\alpha^2\, t_{man}\, N_{máx}}{2} = \frac{P D^2 n^2}{7200}\, k(k + 2)$$

$$P D^2 = \frac{1800\, \alpha^2\, t_{man}\, N_{máx}}{n^2\, k\left(\frac{k}{2} + 1\right)}$$, con $N_{máx}$ en, Kgm/seg.

En la práctica, el valor de ***k*** que se impone al grupo está comprendido entre 0,10 y 0,20 por lo que si el término k/2 se desprecia frente a la unidad, resulta:

$$P D^2 = \frac{1800\, \alpha^2\, t_{man}\, N_{máx}}{n^2\, k}$$

en la que se observa la importancia del número de revoluciones ***n*** del grupo.

El valor del PD² necesario en un grupo hidroeléctrico será tanto menor:

*a) Cuanto mayor sea la oscilación relativa **k***

b) Cuanto más rápida sea la turbina

c) Cuanto más rápida sea la actuación del regulador sobre el distribuidor

Para reducir el PD² del grupo es necesario que el tiempo t_{man} de cierre lineal y completo del distribuidor sea lo más pequeño posible; sin embargo, esta reducción de t_{man} provocará la aparición del golpe de

ariete, que tenderá a incrementar las oscilaciones relativas ***k***.

Si $PD^2 = 0$, el valor de ***k*** sería infinito, situación que no es posible, por cuanto la turbina no sobrepasa la velocidad de embalamiento, que tiene los siguientes valores:

Velocidades de embalamiento:
$$\begin{cases} n_{máx} \leq 2\ n\ ;\ k_{máx} \leq 1 \text{ (Turbina Francis normal)} \\ n_{máx} \leq 1{,}8\ n\ ;\ k_{máx} \leq 0{,}8 \text{ (Turbina Pelton)} \\ 2{,}2\ n \leq n_{máx} \leq 2{,}4\ n\ ;\ 1{,}2 \leq k_{máx} \leq 1{,}4 \text{ (Turbinas hélice)} \end{cases}$$

Las oscilaciones de velocidad negativas no pueden ser inferiores al 100%, por lo que su valor relativo tampoco podrá ser inferior a $k_{mín} = -1$ correspondiente a la parada del grupo.

La oscilación máxima de velocidades originada en los grupos como consecuencia de las variaciones bruscas de carga, tiene que ser lo más pequeña posible; para los grupos destinados a la generación de electricidad, se admiten los valores de ***k*** indicados en la Tabla 1, que a su vez son sensiblemente los mismos valores que se admite para aquellos grupos formados por turbina y cualquier otro tipo de receptor, directa o indirectamente acoplados.

Tabla VI.1.- Valores de k

	Turbinas hidráulicas	Turbinas de vapor
$\alpha = 1$	$0{,}13 < k < 0{,}3$	$k = 0{,}06$
$\alpha = 0{,}5$	$0{,}08 < k < 0{,}12$	$k = 0{,}03$
$\alpha = 0{,}25$	$0{,}03 < k < 0{,}05$	$k = 0{,}015$

Las condiciones de regulación exigidas a las turbinas de vapor, son mucho más rigurosas que las correspondientes a los grupos accionados por turbinas hidráulicas, debido a que siendo despreciable el peso específico del vapor, se puede cerrar instantáneamente el distribuidor sin peligro de que aparezcan sobrepresiones por golpe de ariete, por lo que el tiempo T puede ser muy pequeño; además, la velocidad de rotación en las turbinas de vapor es siempre mayor que en las hidráulicas, y por ello, cuando aparezcan las variaciones de carga, a igualdad de PD^2 se producirán menores oscilaciones de velocidad en las turbinas de vapor.

Para una misma oscilación relativa de velocidades ***k***, será preciso un PD^2 mucho menor en los grupos accionados por vapor que en los hidráulicos; esta es la razón de que en los grupos integrados por turbinas de vapor accionando generadores eléctricos, el PD^2 de los mismos es siempre suficiente, sin necesidad de añadir un volante.

En una turbina hidráulica, si el distribuidor se cierra repentinamente se produce un aumento de presión en la tubería, (golpe de ariete), que tiende a aumentar la velocidad del agua que incide sobre el rodete, originándose el efecto contrario al que se intenta producir con el regulador y el volante, por lo que se produce un aumento de k. Para disminuir k hay que aumentar el PD^2 de las masas giratorias, lo cual se consigue multiplicando la expresión hallada para el PD^2 por un factor de la forma:

$$P\ D^2 = \frac{1800\ \alpha^2\ t_{man}\ N_{máx}}{n^2\ k}\ (1 + \frac{3}{2}\ \frac{\Delta H_{Micheaud}}{H_n})$$

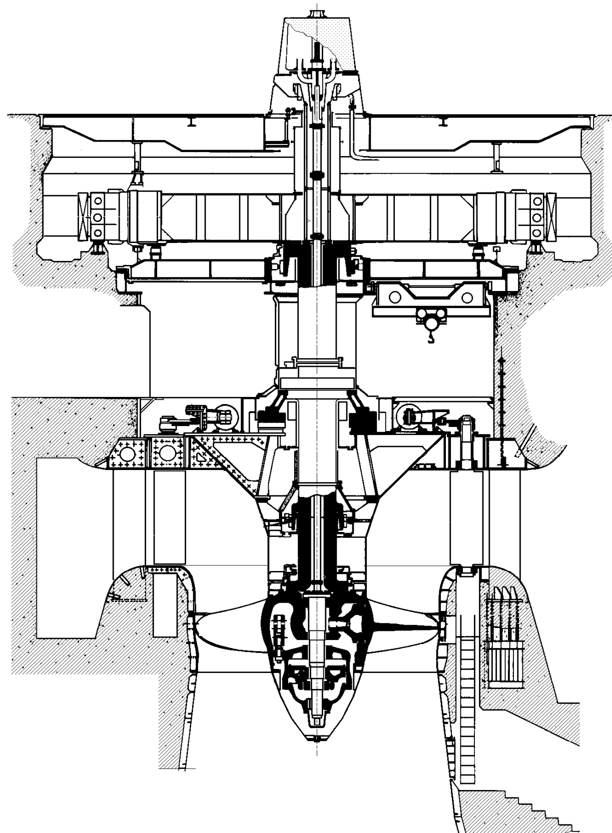
siendo H_n la altura neta del salto, y $H_{Micheaud}$ el incremento de presión en la tubería, de la forma:

$$H_{Micheaud} = \frac{2\ L\ c_{agua}}{g\ t_{man}}$$

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PROBLEMAS
DE
TURBINAS HIDRÁULICAS

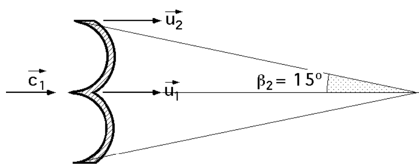


Pedro Fernández Díez

1.- Una turbina Pelton trabaja bajo una altura neta de 240 m.
Sus características son: $\varphi_1 = 0,98$; $\alpha_1 = 0$; $\beta_2 = 15º$; $w_2 = 0,70\ w_1$; $u_1 = 0,45\ c_1$
Diámetro del chorro: $d_{chorro} = 150$ mm; Diámetro medio de la rueda : $D_1 = 1800$ mm
Determinar

a) La fuerza tangencial ejercida por el chorro sobre las cucharas
b) La potencia desarrollada por la turbina
c) El rendimiento manométrico
d) El rendimiento global, siendo: $\eta_{mec} = 0,97$; $\eta_{vol} = 1$

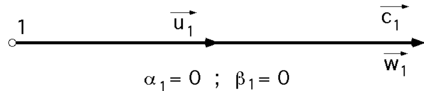
RESOLUCIÓN



Tomamos como eje "x" la dirección de la velocidad circunferencial del rodete en el punto en que el eje del chorro corta a éste; la fuerza tangencial del chorro sobre las cucharas es igual y de signo contrario a la que el álabe ejerce sobre el fluido

TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES

Entrada

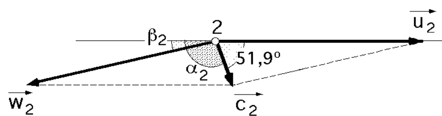


$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0,98\ \sqrt{2\ g \times 240} = 67,22$ m/seg

$u_1 = u_2 = 0,45 \times 67,22 = 30,25$ m/seg

$w_1 = c_1 - u_1 = 67,22 - 30,25 = 36,97$ m/seg

Salida:



$u_2 = u_1 = 30,25$ m/seg

$w_2 = \psi\ w_1 = 0,70 \times 36,97 = 25,88$ m/seg

$$c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2\ u_2\ w_2\ \cos\beta_2} = \sqrt{30,25^2 + 25,88^2 - (2 \times 30,25 \times 25,88\ \cos 15º)} = 8,51 \text{ m/seg}$$

$$w_2\ \text{sen}\,\beta_2 = c_2\ \text{sen}\alpha_2 \quad ; \quad \text{sen}\,\alpha_2 = \frac{w_2\ \text{sen}\,\beta_2}{c_2} = \frac{25,88 \times \text{sen } 15º}{8,51} = 0,7871 \quad ; \quad \alpha_2 = 51,9º$$

a) Fuerza tangencial ejercida por el chorro sobre las cucharas

$$F_x = \frac{\gamma\ Q}{g}\ (w_1\ \cos\beta_1 - w_2\ \cos\beta_2) = \left|\ Q = c_1\ \Omega = 67,22\ \frac{m}{seg} \times \frac{\pi \times 0,15^2}{4}\ m^2 = 1,18787\ \frac{m^3}{seg}\ \right| =$$

$$= \frac{1000\ (kg/m^3) \times 1,18787\ (m^3/seg)}{9,8\ (m/seg^2)}\ (36,97 + 25)\ \frac{m}{seg} = 7511,5 \text{ kg}$$

b) Potencia desarrollada por la turbina (es la potencia efectiva)

$$N_{efec} = F_x\ u = 7511,5 \text{ Kg} \times 30,25\ \frac{m}{seg} = 227.222,87\ \frac{Kgm}{seg} = 3029,6 \text{ CV}$$

c) Rendimiento manométrico::

$$N_{efec} = \frac{\gamma\ Q\ H_n}{75}\ \eta_h \quad \xrightarrow{\text{Como } \eta_{vol} = 1} \quad \eta_{man} = \frac{75\ N_{ef}}{\gamma\ Q\ N_n} = \frac{75 \times 3029,6}{1000 \times 1,1878 \times 240} = 0,797 = 79,7\%$$

$$\eta_{man} = \frac{H_{ef}}{H_n} = \left|\ 3029,6 \text{ CV} = \frac{1000 \times 1,1878 \times H_{ef}}{75} \ ; \ H_{ef} = 191,3 \text{ m}\ \right| = \frac{191,3}{240} = 0,797 = 79,7\%$$

$$\eta_{hid} = \frac{c_1\ u_1\ \cos\alpha_1 - c_2\ u_2\ \cos\alpha_2}{g\ H_n} = \frac{(67,22 \times 30,25) - (8,51 \times 30,25\ \cos 51,9º)}{240\ g} = 79,7\%$$

d) Rendimiento global, siendo el $\eta_{mec} = 0,97$: $\eta = 0,797 \times 0,97 = 0,773 = 77,3\%$

e) Potencia al freno.- La potencia al freno es la potencia útil

$$N = \frac{\gamma\ Q\ H_n}{75}\ \eta = \frac{1000 \times 1,1878 \times 240}{75}\ 0,773 = 2938 \text{ CV} \quad ó \quad N = \eta_{mec}\ N_{ef} = 0,97 \times 3029,6 \text{ CV} = 2938 \text{ CV}$$

****

2.- Se dispone de un aprovechamiento hidráulico con caudal constante en una corriente que fluye a 750 litros/segundo; utiliza un salto neto H_n = 24 m con un grupo turboalternador en acoplamiento directo de 7 pares de polos, siendo el rendimiento global de la instalación del 86%, y absorbiendo el referido grupo la aportación diaria del caudal citado durante 4,5 horas ininterrumpidamente, a caudal constante.

Con el fin de incrementar la potencia del aprovechamiento hidráulico se incrementa el salto neto utilizado, y se acopla a la misma turbina otro alternador que sustituye al primero de 6 pares de polos.

Suponiendo que el rendimiento global no se modifica, se pide:

a) Potencia en CV del primer grupo, y caudal

b) Salto neto a utilizar en el nuevo grupo y nueva potencia

c) Número de horas ininterrumpidas de funcionamiento a caudal constante del nuevo grupo

d) Capacidad de regulación del embalse que necesita el nuevo grupo

---

RESOLUCIÓN

Como en las condiciones de funcionamiento el rendimiento se mantiene prácticamente uniforme, se pueden utilizar las fórmulas de semejanza. Se trata de una misma turbina ($\lambda = 1$) con saltos variables

$$\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \frac{n}{n'} = \frac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{N}{N'}} = \sqrt{\frac{C}{C'}}$$

a) Caudal que admite el primer grupo funcionando 4,5 horas diarias

Se sabe que el aprovechamiento hidráulico recibe un caudal diario de 750 l/seg, por lo que en 24 horas se tiene:

$$Q_{diario} = 750 \frac{lit}{seg} \times 3600 \frac{seg}{hora} \times 24 \frac{horas}{día} = 64.800 \frac{m^3}{día}$$

que son aprovechados totalmente por el grupo en 4,5 horas.

C*audal* del primer grupo: $Q = \dfrac{64800 \ (m^3/día)}{3600 \times 4,5 \ (seg/día)} = 4 \dfrac{m^3}{seg}$

Potencia del primer grupo: $N(CV) = \dfrac{\gamma Q H_n \eta}{75} = \dfrac{1000 \ (kg/m^3) \times 4 \ (m^3/seg) \times 24 \ (m) \times 0,86}{75} = 1100,8 \ CV$

b) Salto neto a utilizar en el nuevo grupo

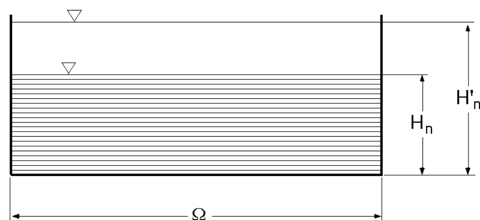
N º de revoluciones por minuto: $\begin{cases} \text{Para 7 pares de polos: } n = \dfrac{3000}{7} = 428,57 \text{ rpm} \\ \text{Para 6 pares de polos: } n = \dfrac{3000}{6} = 500 \text{ rpm} \end{cases}$

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad \frac{428,57}{500} = \sqrt{\frac{24}{H_n'}} \quad ; \quad H_n' = 32,66 \text{ m}$$

Nueva potencia: $\dfrac{n}{n'} = \sqrt[3]{\dfrac{N}{N'}} \Rightarrow \dfrac{428,57}{500} = \sqrt[3]{\dfrac{1100,8}{N'}} \Rightarrow N' = 1748 \ CV$

c) Número de horas ininterrumpidas de funcionamiento a caudal constante Q' del nuevo grupo

$$\frac{n}{n'} = \frac{Q}{Q'} \Rightarrow Q' = Q \frac{n}{n'} = 4 \frac{m^3}{seg} \frac{7}{6} = 4,7 \frac{m^3}{seg} \Rightarrow 4,7 x = 4 \times 4,5 = 18 \Rightarrow x = 3,8 \text{ horas}$$



d) Capacidad de regulación del embalse que necesita el nuevo grupo

Para 7 pares de polos: (Capacidad) = $\Omega \times H_n$

Para 6 pares de polos: (Capacidad)' = $\Omega \times H_n'$

$$\frac{(Capacidad)}{(Capacidad)'} = \frac{H_n}{H_n'} = \frac{24}{32,66} = 0,7348$$

$$(Capacidad)' = \frac{H_n'}{H_n} (Capacidad) = \frac{1}{0,7348} = 1,364 \ (Capacidad)$$

****

3.- Elegir el tipo de turbina más conveniente para un salto H_n = 190 m, caudal q= 42 lit/seg, n = 1450 rpm y η_{man} = 0,825. Determinar, suponiendo que $\eta_{mec} = \eta_{vol} = 1$

a) Las nuevas características de la turbina para un salto neto de 115 m, conservando la misma admisión

b) Las nuevas características de una turbina semejante, geométricamente 3 veces más pequeña, que trabaje con el mismo salto de 190 m.

RESOLUCIÓN

a) Nuevas características de la turbina para un salto neto de 115 m, conservando la misma admisión

$$N = \frac{\gamma\, Q\, N_n\, \eta}{75} = \frac{1000\ (kg/m^3) \times 0{,}042\ (m^3/seg) \times 190\ m \times 0{,}825}{75} = 87{,}78\ CV$$

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{1450\ \sqrt{87{,}78}}{190^{5/4}} = 19{,}25\ \ \text{(Pelton simple)}$$

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ n' = n\sqrt{\frac{H_n'}{H_n}} = 1450\sqrt{\frac{115}{190}} = 1128{,}1\ \text{r.p.m.}$$

$$\frac{Q}{Q'} = \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ Q' = Q\sqrt{\frac{H_n'}{H_n}} = 42\sqrt{\frac{115}{190}} = 32{,}67\ \frac{lit}{seg}$$

Nueva potencia: $\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \sqrt[3]{\frac{N}{N'}} \ \Rightarrow\ N' = N\sqrt{\left(\frac{H_n'}{H_n}\right)^3} = 87{,}78\left(\frac{115}{190}\right)^{3/2} = 41{,}33\ CV$

b) Nuevas características de una turbina semejante, geométricamente 3 veces más pequeña, que trabaje con el mismo salto de 190 m.

Se tiene el mismo salto, con $\lambda = 3$

$$\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = 1 = \lambda\,\frac{n}{n'} = \frac{1}{\lambda^2}\,\frac{Q}{Q'} = \frac{1}{\lambda^{2/3}}\left(\frac{N}{N'}\right)^{1/3}$$

$$1 = \frac{1}{\lambda^{2/3}}\left(\frac{N}{N'}\right)^{1/3}\ ;\ \left(\frac{N}{N'}\right)^{1/3} = \lambda^{2/3}\ ;\ \frac{N}{N'} = \lambda^2\ ;\ N' = \frac{N}{\lambda^2} = \frac{88}{9} = 9{,}77\ CV$$

$$Q' = \frac{Q}{\lambda^2} = \frac{42}{9} = 4{,}66\ \frac{lit}{seg}$$

$$n' = n\,\lambda = 1450 \times 3 = 4350\ \text{r.p.m.}$$

c) Para Z inyectores Pelton

$$n = n'\,\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ Q = Z\,Q'\,\lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ N = Z\,N'\,\lambda^2\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)^{3/2}\ \ ;\ \ C = Z\,C'\,\lambda^3\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)$$

****

4.- Una turbina Pelton se elige para mover un alternador de 5 pares de polos en acoplamiento directo. El chorro de agua tiene un diámetro de 70 mm y una velocidad de 100 m/seg. El ángulo de la cuchara es de 170º; la relación de la velocidad tangencial del álabe a la velocidad del chorro es 0,47. Los coeficientes de reducción de velocidad: $\varphi_1 = 1$ y $\psi = 0{,}85$.

Determinar

a) Los triángulos de velocidades

b) El diámetro de la rueda en el centro de las cazoletas

c) La potencia desarrollada por la turbina y el par motor

d) La alturas neta y efectiva del salto, rendimiento manométrico, rendimiento manométrico máximo y nº de revoluciones específico

e) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con el mismo salto

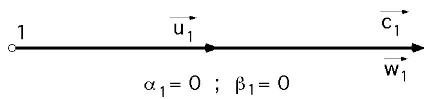
f) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con un salto de 1000 m

g) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, $\lambda = 1$, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con $c_1 = 100$ m/seg, funcionando con el salto del apartado (d)

h) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, $\lambda = 1$, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con $c_1 = 100$ m/seg, funcionando con un salto de 1000 m

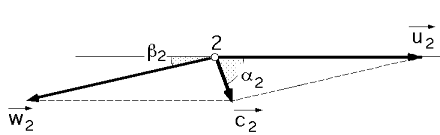
RESOLUCIÓN

a) Triángulos de velocidades



Entrada: $\begin{cases} c_1 = 100 \text{ m/seg} \\ u_1/c_1 = 0{,}47 \;;\; u_1 = 0{,}47 \times 100 = 47 \text{ m/seg} \\ w_1 = c_1 - u_1 = 100 - 47 = 53 \text{ m/seg} \end{cases}$

Salida



Salida: $\begin{cases} u_2 = u_1 = 47 \text{ m/seg} \\ w_2 = \psi\, w_1 = 0{,}85 \times 53 = 45{,}05 \text{ m/seg} \\ c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2\, u_2 w_2 \cos\beta_2} = \end{cases}$

$$= \sqrt{47^2 + 45{,}05^2 - (2 \times 47 \times 45{,}05 \cos 10^\circ)} = 8{,}25 \text{ m/seg}$$

$$w_2 \operatorname{sen}\beta_2 = c_2 \operatorname{sen}\alpha_2 \;;\; \operatorname{sen}\alpha_2 = \frac{w_2 \operatorname{sen}\beta_2}{c_2} = \frac{45{,}05 \times \operatorname{sen} 10^\circ}{8{,}25} = 0{,}948 \;;\; \alpha_2 = 71{,}48^\circ$$

b) Diámetro de la rueda en el centro de las cazoletas: Este diámetro es el diámetro Pelton

$$u = \frac{D}{2}\, w = \frac{D}{2}\frac{\pi n}{30} \;;\; D = \frac{60\, u}{\pi n} = \left| \begin{matrix} n = \frac{3000}{5} = 600 \text{ rpm} \\ u = 47 \text{ m/seg} \end{matrix} \right| = \frac{60 \times 47}{600\, \pi} = 1{,}496 \text{ m}$$

c) Potencia desarrollada por la turbina (potencia efectiva), y par motor ($\eta_{mec} = 1$):

$$N_{ef} = F_x u = \frac{\gamma Q}{g}(w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)\, u = \left| \begin{matrix} w_1 \cos\beta_1 = w_1 = 53 \text{ (m/seg)} \\ Q = c_1\, \Omega = 100\, \frac{\pi \times 0{,}07^2}{4} = 0{,}3848 \text{ (m}^3\text{/seg)} \\ w_2 \cos\beta_2 = 45{,}05 \cos 10^\circ = 44{,}36 \text{ (m/seg)} \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{1000 \times 0{,}3848}{9{,}8}(53 + 44{,}36) \times 47 = 179680\, \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}} = 2395{,}7 \text{ CV}$$

Como ($\eta_{mec} = 1$) , $N_{efe} = N \;\Rightarrow\; C = \frac{N}{w} = \frac{30\, N}{n\, \pi} = \frac{30 \times 179680 \text{ (Kgm/seg)}}{600\, \pi \text{ (1/seg)}} = 2859{,}7 \text{(m.kg)}$

d) Saltos neto y efectivo

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2\, g\, H_n} \;;\; H_n = \frac{c_1^2}{2\, g\, \varphi_1^2} = \frac{100^2}{2\, g\, 1^2} = 510{,}2 \text{ m}$$

Salto efectivo : $H_{efect} = \frac{N_{efect}}{\gamma\, Q} = \frac{179.680}{1000 \times 0{,}3848} = 466{,}95 \text{ m}$

Rendimiento manométrico:

$$\eta_{man} = \frac{u_1\, (c_1 \cos\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2)}{g\, H_n} = \frac{47\, \frac{\text{m}}{\text{seg}}\, (100 - 8{,}25 \cos 71{,}48)}{g \times 510{,}2} = 0{,}9153 = 91{,}53\%$$

$$\eta_{man} = \frac{H_{efect}}{H_n} = \frac{N_{efect}}{\gamma\, Q_d\, H_n} = \frac{179.680}{1000 \times 0{,}3848 \times 510{,}2} = 91{,}53\%$$

Rendimiento manométrico máximo: $\eta_{man_{máx}} = 2\, \varphi_1^2 \cos\alpha_1 \frac{u_1}{c_1} = 2 \times 1^2 \times \cos 0 \times 0{,}47 = 0{,}94 = 94\%$

Nº de revoluciones específico: $n_s = \frac{n \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{600 \sqrt{2395{,}7}}{510{,}2^{5/4}} = 12{,}11 \text{ rpm}$

e) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con el mismo salto:

$$\frac{Q}{Q'} = \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = \lambda^2 \sqrt{\frac{1000}{510{,}2}} = \lambda^2 \times 1{,}4 \;\Rightarrow\; Q = 2^2\, Q' \times 1{,}4 = 2^2 \times 0{,}3848 \times 1{,}4 = 2{,}1548 \text{ m}^3\text{/seg}$$

$$\frac{N}{N'} = \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H_{n'}}\right)^3} = \lambda^2 \;\Rightarrow\; N = \lambda^2\, N' = 2^2 \times 2395{,}7 = 9583{,}2 \text{ CV}$$

$$\frac{C}{C'} = \lambda^3 \frac{H_n}{H_{n'}} = \lambda^3 \Rightarrow C = \lambda^3 C' = 2^3 \times 2859{,}7 = 22877{,}6 \text{ mkg}$$

$$\frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = \lambda^{-1} \Rightarrow n = \lambda^{-1} n' = 2^{-1} \times 600 = 300 \text{ rpm}$$

f) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con un salto de 1000 m

$$\frac{Q}{Q'} = \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 2^2 \sqrt{\frac{1000}{510{,}2}} = 5{,}6 \Rightarrow Q = 5{,}6\ Q' = 5{,}6 \times 0{,}3848 = 2{,}1548 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$\frac{N}{N'} = \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H_{n'}}\right)^3} = 2^2 \sqrt{\left(\frac{1000}{510{,}2}\right)^3} = 10{,}976 \Rightarrow N = 10{,}976\ N' = 10{,}976 \times 2395{,}7 = 26295{,}5 \text{ CV}$$

$$\frac{C}{C'} = \lambda^3 \frac{H_n}{H_{n'}} = 2^3 \frac{1000}{510{,}2} = 15{,}68 \Rightarrow C = 15{,}68\ C' = 15{,}68 \times 2859{,}7 = 44845{,}15 \text{ mkg}$$

$$\frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 2^{-1} \sqrt{\frac{1000}{510{,}2}} = 0{,}7 \Rightarrow n = 0{,}7\ n' = 0{,}7 \times 600 = 420 \text{ rpm}$$

g) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, $\lambda = 1$, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con $c_1 = 100$ m/seg, funcionando con el salto del apartado (d)

Los triángulos de velocidades se mantienen

Potencia y par motor para 1 inyector:

$$N_{ef} = F_x u = \frac{\gamma Q}{g} (w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)\, u = \left| Q = c_1 \Omega = 100 \frac{\pi \times 0{,}05^2}{4} = 0{,}1963 \ (\text{m}^3/\text{seg}) \right| =$$

$$= \frac{1000 \times 0{,}1963}{9{,}8} (53 + 44{,}36) \times 47 = 91658 \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}} = 1221{,}1 \text{ CV}$$

$$C = \frac{N}{w} = \frac{30\, N}{n\, \pi} = \left| \frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} = 1 \Rightarrow n = n' = 600 \text{ rpm} \right| = \frac{30 \times 91658 \ (\text{Kgm/seg})}{600\, \pi \ (1/\text{seg})} = 1458{,}8 (\text{m.kg})$$

Para 4 inyectores y $H_n = 510{,}2$ m
$$\begin{cases} Q^* = 4\, Q = 4 \times 0{,}1963 = 0{,}7852 \text{ m}^3/\text{seg} \\ N^* = 4\, N = 4 \times 1222{,}1 = 4888{,}4 \text{ CV} \\ C^* = 4\, C = 4 \times 1458{,}79 = 5835{,}16 \text{ mkg} \end{cases}$$

h) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, $\lambda = 1$, para la turbina del apartado (d), si se la suponen 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con $c_1 = 100$ m/seg, funcionando con un salto de 1000 m

$$\frac{Q}{Q'} = \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 1^2 \sqrt{\frac{1000}{510{,}2}} = 1{,}4 \Rightarrow Q = 1{,}4\ Q' = 1{,}4 \times 0{,}7852 = 1{,}1 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$\frac{N}{N'} = \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H_{n'}}\right)^3} = 1^2 \sqrt{\left(\frac{1000}{510{,}2}\right)^3} = 2{,}744 \Rightarrow N = 2{,}744\ N' = 2{,}744 \times 4888{,}4 = 13414 \text{ CV}$$

$$\frac{C}{C'} = \lambda^3 \frac{H_n}{H_{n'}} = 1^3 \frac{1000}{510{,}2} = 1{,}96 \Rightarrow C = 1{,}96\ C' = 1{,}96 \times 5835{,}16 = 11437 \text{ mkg}$$

$$\frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 1^{-1} \sqrt{\frac{1000}{510{,}2}} = 1{,}4 \Rightarrow n = 1{,}4\ n' = 1{,}4 \times 600 = 840 \text{ rpm}$$

****

5.- Una turbina Pelton de 1 inyector se alimenta de un embalse cuyo nivel de agua se encuentra 300 m por encima del eje del chorro, mediante una conducción forzada de 6 Km de longitud y 680 mm de diámetro interior.
El coeficiente de rozamiento de la tubería vale 0,032.
La velocidad periférica de los álabes es 0,47 c_1
El coeficiente de reducción de velocidad de entrada del agua en el rodete vale 0,97
Las cazoletas desvían el chorro 175º, y la velocidad del agua se reduce en ellas en un 15%
El chorro tiene un diámetro de 90 mm

El rendimiento mecánico es 0,8
Determinar

a) Las pérdidas en el inyector, y su velocidad; pérdidas en la conducción forzada
b) Los triángulos de velocidades y rendimiento manométrico
c) El caudal
d) La altura neta de la turbina y la altura de Euler
e) La potencia útil en el eje de la máquina

RESOLUCIÓN

a) Pérdidas en la conducción forzada

Altura neta: $H_n = H - \text{Pérdidas tubería} = 300 - \text{Pérdidas tubería}$

Por la ecuación de continuidad: $Q = \dfrac{\pi\, d_{iny}^2}{4}\, c_1 = \dfrac{\pi\, d_{tub}^2}{4}\, v_{tub} \Rightarrow v_{tub} = c_1 \dfrac{d_{iny}^2}{d_{tub}^2} = c_1 \left(\dfrac{0{,}09}{0{,}68}\right)^2 = 0{,}017517\ c_1$

Pérdidas tubería: $h_t = \dfrac{\lambda}{d_{tub}}\, \dfrac{v_{tub}^2}{2\,g}\, L\, \gamma = \dfrac{0{,}032}{0{,}68}\, \dfrac{(0{,}017517\ c_1)^2}{2\ g} \times 6000 \times 1 = 0{,}00442\ c_1^2$

$H_n = 300 - 0{,}00442\ c_1^2$

Pérdidas en el inyector: $h_d = \dfrac{c_1^2\ (1 - \varphi^2)}{2\ g\ \varphi^2} = H_n (1 - \varphi^2) = H_n - \dfrac{c_1^2}{2\ g} = \dfrac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2\ g} = \dfrac{(c_1/0{,}97)^2 - c_1^2}{2\ g} = 0{,}0032 c_1^2$

La altura neta desde el punto de vista del inyector es:
$$\begin{cases} H_n = \dfrac{c_1^2}{2\ g} + h_d = \dfrac{c_1^2}{2\ g} + 0{,}0032\ c_1^2 = 0{,}05422\ c_1^2 \\ H_n = \dfrac{c_{1t}^2}{2\ g} = \dfrac{(c_1/\varphi_1)^2}{2\ g} = \dfrac{c_1^2}{2\ g\ \varphi_1^2} = \dfrac{c_1^2}{2\ g\ 0{,}97^2} = 0{,}05422\ c_1^2 \end{cases}$$

Igualando las expresiones de H_n se obtiene la velocidad c_1:

$H_n = 300 - 0{,}00442\ c_1^2 = 0{,}05422\ c_1^2 \Rightarrow c_1 = 71{,}52$ m/seg

Pérdidas en el inyector: $h_d = 3{,}205.10^{-3}\ c_1^2 = 3{,}205.10^{-3} \times 71{,}52^2 = 16{,}4$ m

ó tambien: $\dfrac{c_1^2}{2\ g} + h_d = \dfrac{c_1^2}{2\ g\ \varphi_1^2}$; $h_d = \dfrac{c_1^2}{2\ g}\left(1 - \dfrac{1}{\varphi_1^2}\right)$

Pérdidas en la tubería: $h_t = 4{,}42.10^{-3}\ c_1^2 = 4{,}42.10^{-3} \times 71{,}52^2 = 22{,}61$ m

b) Triángulos de velocidades

Entrada:
$$\begin{cases} c_1 = 71{,}52 \text{ m/seg} \ ; \ \alpha_1 = \beta_1 = 0 \\ u_1 = 0{,}47\ c_1 = 0{,}47 \times 71{,}52 = 33{,}61 \text{ m/seg} \\ w_1 = c_1 - u_1 = 71{,}52 - 33{,}61 = 37{,}91 \text{ m/seg} \end{cases}$$

Salida:
$$\begin{cases} \beta_2 = 5^\circ \ ; \ w_2 = \psi\, w_1 = 0{,}85 \times 37{,}91 = 32{,}22 \text{ m/seg} \\ c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2\ c_2 w_2 \cos \beta_2} = \sqrt{33{,}61^2 + 32{,}22^2 - (2 \times 33{,}61 \times 32{,}22 \times \cos 5^\circ)} = 3{,}2 \text{ m/seg} \\ \text{sen}\ \alpha_2 = \dfrac{w_2\ \text{sen}\ \beta_2}{c_2} = \dfrac{32{,}22\ \text{sen}\ 5^\circ}{3{,}2} = 0{,}8775 \Rightarrow \alpha_2 = 61{,}34^\circ \end{cases}$$

c) Caudal: $Q = \dfrac{\pi\ d_1^2}{4}\ c_1 = \dfrac{\pi \times 0{,}09^2}{4} \times 71{,}52 = 0{,}4548\ \dfrac{m^3}{seg}$

d) Altura neta de la turbina: $H_n = 0{,}05422\ c_1^2 = 0{,}05422 \times 71{,}52^2 = 277{,}3$ m

Altura de Euler: $H_{ef} = \dfrac{c_1\ u_1 \cos \alpha_1 - c_2\ u_2 \cos \alpha_2}{g} = \dfrac{(71{,}52 \times 33{,}61) - (3{,}2 \times 33{,}61 \cos 61{,}34^\circ)}{g} = 240$ m

y el rendimiento manométrico con $\eta_{vol} = 1$: $\eta_{man} = \dfrac{H_{efectivo}}{H_n} = \dfrac{240}{277{,}3} = 0{,}8653 = 86{,}53\%$

Rendimiento hidráulico: $\eta_{hidráulico} = \eta_{man} \cdot \eta_{vol} = 0{,}8653 \times 1 = 86{,}53\%$

e) Potencia útil en el eje de la máquina o potencia al freno:

$$N = \frac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75} = \left|\ \eta = \eta_{vol}\ \eta_{mec}\ \eta_{man} = 1 \times 0{,}88 \times 0{,}8653 = 0{,}7614\ \right| =$$

$$= \frac{1000 \times 0{,}4548 \times 277{,}3 \times 0{,}7614}{75} = 1280\ \text{CV} = 0{,}94\ \text{MW}$$

****

6.- Una turbina hidráulica funcionando con un caudal de 9,1 m³/seg y salto neto de 100 m, gira a 500 rpm. Los triángulos de velocidades se han proyectado para que el rendimiento manométrico sea óptimo.
La potencia al freno es de 9000 CV, con un rendimiento mecánico del 0,987.
Determinar

a) El grado de reacción
b) Rendimiento global, manométrico y volumétrico
c) El caudal que sale por el aspirador difusor
d) Diámetros de entrada y salida del rodete; anchuras del rodete

---

RESOLUCIÓN

Tipo de turbina; nº de revoluciones específico: $n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{500\sqrt{9000}}{100^{5/4}} = 150$ (Francis normal)

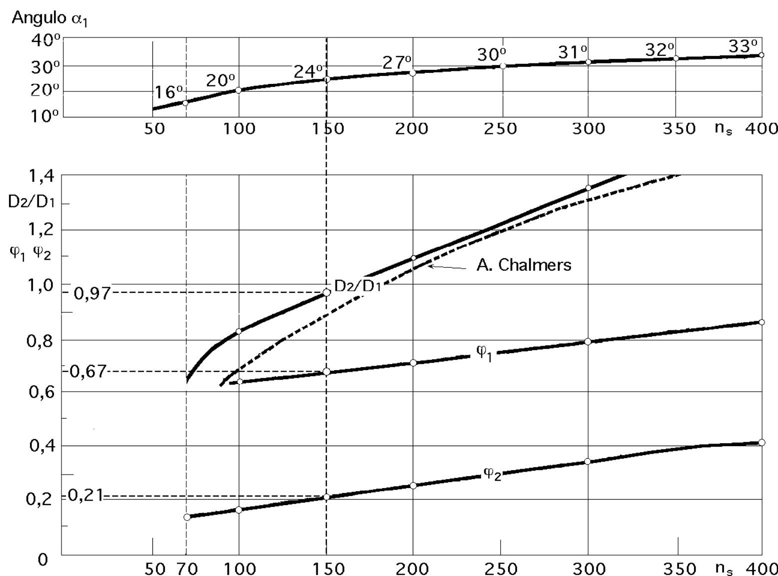
a) Grado de reacción: $\sigma = 1 - (\varphi_1^2 - \varphi_2^2) = 1 - (0{,}67^2 - 0{,}21^2) = 0{,}595$

Dimensiones del distribuidor b_1 y D_1, ángulo de ataque α_1 y coeficientes óptimos de velocidad φ_1 y φ_2 para turbinas Francis en función de n_s

Se obtiene: $\varphi_1 = 0{,}67$; $\varphi_2 = 0{,}21$; $\alpha_1 = 24^o$

El valor de φ_2 se podía haber obtenido, también, en la forma:

$$\varphi_2^2 = \frac{c_2^2}{2\ g\ H_n} = 5{,}57 . 10^{-5}\ n_s^{4/3} \Rightarrow \varphi_2 = 7{,}465 . 10^{-3}\ n_s^{2/3} = 0{,}007465 \times 150^{2/3} = 0{,}21$$



b) Rendimiento global, manométrico y volumétrico

Rendimiento global η

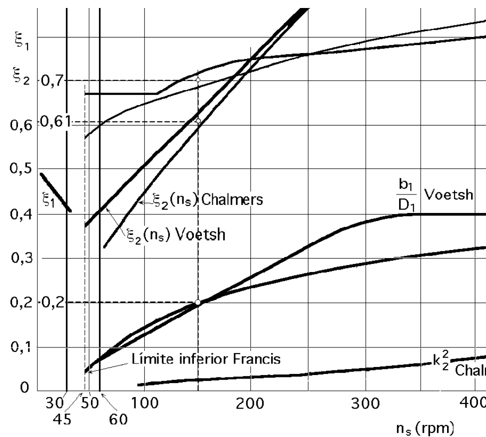
Potencia al freno: $N\,(CV) = \frac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75}$; $9000\ CV = \frac{1000 \times 9{,}1 \times 100\ \eta}{75}$; $\eta = 0{,}7417 = 74{,}17\%$

$$\eta_{man\,(\alpha_2 = 90^o)} = \frac{c_1\ u_1\ \cos\alpha_1}{g\ H_n} = \left| \begin{array}{l} c_1 = \varphi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0{,}67\ \sqrt{2\ g \times 100} = 29{,}66\ \text{m/seg} \\ \text{Para: } n_s = 150 \Rightarrow \xi_1 = 0{,}7 \\ u_1 = \xi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0{,}7 \sqrt{2\ g \times 100} = 31\ \text{m/seg} \end{array} \right| = 0{,}857 = 85{,}7\%$$

$$\eta = \eta_{vol}\ \eta_{man}\ \eta_{mec} \Rightarrow \eta_{vol} = \frac{\eta}{\eta_{man}\ \eta_{mec}} = \frac{0{,}7417}{0{,}857 \times 0{,}987} = 0{,}877$$

Comprobación de η: De la relación entre u_2 y n_s, se obtiene:

$$n = 0{,}2738\ \frac{n_s\ H_n^{3/4}}{\sqrt{Q\,\eta}} \Rightarrow \eta = \frac{\{0{,}2738\ \frac{n_s\ H_n^{3/4}}{n}\}^2}{Q} = \frac{\{\frac{0{,}2738 \times 150 \times 100^{3/4}}{500}\}^2}{9{,}1} = 0{,}7414 \text{ (l.q.c)}$$



c) Caudal que sale por el aspirador difusor: $Q_{salida} = \eta_{vol}\ Q = 0{,}877 \times 9{,}1 = 7{,}98\ \frac{m^3}{seg}$

d) Diámetros de entrada y salida del rodete y anchura del rodete

Diámetro a la entrada

$$n = 84{,}55\ \frac{\xi_1}{D_1}\sqrt{H_n}\ ;\ D_1 = \frac{84{,}55\ \xi_1\ \sqrt{H_n}}{n} = \frac{84{,}55 \times 0{,}7 \times \sqrt{100}}{500} = 1{,}1837 \text{ m}$$

Anchura del rodete a la entrada:

$$\frac{b_1}{D_1} = 0{,}2\ ;\ b_1 = 0{,}2\ D_1 = 0{,}2 \times 1{,}1837 \text{ m} = 0{,}2367 \text{ m}$$

Diámetro a la salida D_2:

$$\left.\begin{array}{l} u_2 = \xi_2\sqrt{2\ g\ H_n} = \frac{D_2}{2}\ \frac{\pi\, n}{30} \\ u_2 = \xi_2\sqrt{2\ g\ H_n} = 0{,}61\ \sqrt{2\, g \times 100} = 27 \text{ m/seg} \end{array}\right\} \Rightarrow D_2 = \frac{60 \times 27}{500\ \pi} = 1{,}031 \text{ m}$$

****

7.- Dada una turbina Francis de características: $Q = 3\ m^3/seg$, $H_n = 200$ m y $n_s < 115$, conectada a un alternador de 50 ciclos/seg; $\eta = 0{,}85$

Determinar

a) Potencia

b) Elección de la velocidad rpm, sabiendo que $n_s < 115$

c) Dimensiones del rodete y del distribuidor

RESOLUCIÓN

a) Potencia: $N = \frac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75} = \frac{1000 \times 3 \times 200 \times 0{,}85}{75} = 6800$ CV

b) Elección de la velocidad rpm

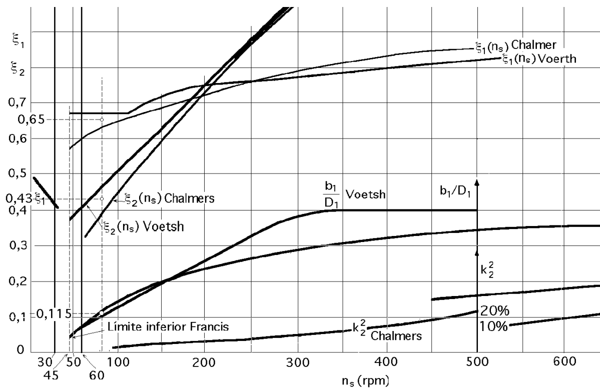
$$n_s = \frac{n\ \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{n\ \sqrt{6800}}{200^{5/4}} = 0{,}10964\ n < 115 \Rightarrow n < \frac{115}{0{,}10964}\ ;\ n < 1050 \text{ rpm}$$

$$Z\,n = 3000 \left\{\begin{array}{l} \text{Para } Z = 3 \text{ pares de polos} \Rightarrow n = \frac{3000}{3} = 1000 \text{ rpm} \\ \text{Para } Z = 4 \text{ pares de polos} \Rightarrow n = \frac{3000}{4} = 750 \text{ rpm} \end{array}\right.$$

Por seguridad se tomará: $Z = 4 \Rightarrow n = 750$ rpm ; $n_s = 0{,}10964 \times 750 = 82{,}23$, Francis lenta

c) Dimensiones del rodete y del distribuidor

Para $n_s = 81{,}5$ rpm, se obtiene: $\left\{ \xi_1 = 0{,}65\ ;\ \xi_2 = 0{,}43\ ;\ \frac{b_1}{D_1} = 0{,}115 \right\}$



$u_1 = \xi_1 \sqrt{2\, g\, H_n} = 0{,}65 \sqrt{2\, g \times 200} = 40{,}7 \text{ m/seg} = \dfrac{D_1 \pi n}{60} \Rightarrow \boxed{D_1 = 1{,}036 \text{ m}}$

$u_2 = \xi_2 \sqrt{2\, g\, H_n} = 0{,}43 \sqrt{2\, g \times 200} = 26{,}9 \text{ m/seg} = \dfrac{D_2 \pi n}{60} \Rightarrow \boxed{D_2 = 0{,}6696 \text{ m}}$

$b_1 = 0{,}115\, D_1 = 0{,}115 \times 1{,}036 = 0{,}1191 \text{ m}$

Utilizando la Fórmula de Ahlfors: $D_2 = 4{,}375 \sqrt[3]{\dfrac{Q}{n}} = 4{,}375 \sqrt[3]{\dfrac{3}{750}} = 0{,}695 \text{ m}$

****

8.- Una turbina Francis está acoplada directamente a un alternador de 5 pares de polos. El caudal es de 1 m³/seg. Los diámetros de entrada y salida de los álabes son 1 m y 0,45 m, y las secciones de paso, entre álabes, de 0,14 m² y 0,09 m². El ángulo α_1= 10º, y β_2= 45º. El rendimiento manométrico de esta turbina es 0,78.

Determinar

a) Los triángulos de velocidades

b) La altura neta

c) El par motor y potencia de la turbina

d) El nº de revoluciones específico

e) El caudal, altura neta, potencia y par motor, si se cambia el alternador por otro de 4 pares de polos.

RESOLUCIÓN

Nº de r.p.m. : $n = \dfrac{60\ f}{z} = \dfrac{3000}{5} = 600 \text{ rpm}$

a) Triángulos de velocidades

Entrada:

$u_1 = \dfrac{D_1 \pi n}{60} = \dfrac{1 \times \pi \times 600}{60} = 31{,}4 \text{ m/seg}$

$c_{1m} = \dfrac{Q}{\Omega_1} = \dfrac{1 \text{ m}^3/\text{seg}}{0{,}14 \text{ m}^2} = 7{,}14 \text{ m/seg} \Rightarrow c_1 = \dfrac{c_{1m}}{\text{sen}\, \alpha_1} = \dfrac{7{,}14}{\text{sen}\, 10º} = 41{,}12 \text{ m/seg}$

$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2 - 2\, c_1 u_1 \cos \alpha_1} = \sqrt{41{,}12^2 + 31{,}4^2 - (2 \times 41{,}12 \times 31{,}4 \cos 10º)} = 11{,}56 \text{ m/seg}$

$w_1 \text{ sen } \beta_1 = c_{1m} \Rightarrow \text{sen } \beta_1 = \dfrac{c_{1m}}{w_1} = \dfrac{7{,}14}{11{,}56} = 0{,}6176 \quad ; \quad \beta_1 = 38{,}14º$

Salida:

$u_2 = \dfrac{D_2 \pi n}{60} = \dfrac{0{,}45 \times \pi \times 600}{60} = 14{,}14 \text{ m/seg}$

$c_{2m} = \dfrac{Q}{\Omega_2} = \dfrac{1 \text{ m}^3/\text{seg}}{0{,}09 \text{ m}^2} = 11{,}1 \text{ m/seg} = c_2 \text{ sen } \alpha_2$

$w_2 = \dfrac{c_{2m}}{\text{sen } \beta_2} = \dfrac{11{,}1}{\text{sen } 45º} = 15{,}7 \text{ m/seg}$

$c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2\, u_2 w_2 \cos \beta_2} = \sqrt{15{,}7^2 + 14{,}14^2 - (2 \times 15{,}7 \times 14{,}14 \cos 45º)} = 11{,}5 \text{ m/seg}$

$$\text{sen}\ \alpha_2 = \frac{11{,}1}{11{,}5} = 0{,}9648 \quad ; \quad \alpha_2 = 74{,}85^\circ$$

b) Altura neta

$$H_n = \frac{c_1\ u_1 \cos\alpha_1 - c_2\ u_2 \cos\alpha_2}{g\ \eta_{man}} = \frac{41{,}11 \times 31{,}4 \cos 10^\circ - 11{,}5 \times 14{,}4 \cos 74{,}85^\circ}{0{,}78\ g} = 160{,}74\ \text{m}$$

c) Potencia de la turbina

$$N = \gamma\ Q\ H_n\ \eta = |\ \eta = 0{,}78 \times 1 \times 1 = 0{,}78\ | = 1000 \times 1 \times 160{,}74 \times 0{,}78 = 125377\ \text{Kgm/seg} = 1671\ \text{CV} = 1{,}23\ \text{MW}$$

Par motor: $C = \dfrac{N}{w} = \dfrac{30\ N}{\pi\ n} = \dfrac{30 \times 125.377\ \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}}}{600\ \pi} = 1995{,}4\ \text{m.Kg}$

d) Nº de revoluciones específico: $n_s = \dfrac{600\ \sqrt{1671{,}7}}{160{,}74^{5/4}} = 42{,}86$ (Francis lenta)

e) Caudal, altura neta, potencia y par motor, si se cambia el alternador por otro de 4 pares de polos.

Para 4 pares de polos: $n' = \dfrac{3000}{4} = 750$ rpm

El rendimiento se mantiene prácticamente constante $\Rightarrow \dfrac{n}{n'} = \sqrt{\dfrac{H_n}{H'_n}} = \dfrac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\dfrac{N}{N'}} = \sqrt{\dfrac{C}{C'}}$

$$\frac{600}{750} = \sqrt{\frac{160{,}74\ \text{m}}{H'_n}} = \frac{1\ (\text{m}^3/\text{seg})}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{1671{,}7\ \text{CV}}{N'}} = \sqrt{\frac{1995{,}4\ \text{m.kg}}{C'}}$$

Resolviendo se obtiene: $H'_n = 251{,}15$ m ; $Q' = 1{,}25\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}$; $N' = 3265$ CV ; $C' = 3118$ mKg

Diámetros de la turbina:

$$D_2 = \frac{60\ u_2}{\pi\ n} = \frac{60 \times 14{,}14\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{\pi \times 600\ \frac{1}{\text{seg}}} = 0{,}450\ \text{m}$$

$$D_1 = \frac{60\ u_1}{\pi\ n} = \frac{60 \times 31{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{\pi \times 600\ \frac{1}{\text{seg}}} = 1\ \text{m} \quad \text{ó} \quad D_1 = D_2\ \frac{u_1}{u_2} = 0{,}45 \times \frac{31{,}4}{14{,}14} = 1\ \text{m}$$

****

9.- Una turbina Francis gira a 600 rpm y en ella entra un caudal de 1 m³/seg. Los diámetros de entrada y salida son de 1 m y 0,45 m respectivamente, y las secciones entre álabes correspondientes de 0,14 m² y 0,09 m². El ángulo de salida del agua del distribuidor es de 12º, el ángulo de salida de la rueda β_2 = 45º y el rendimiento manométrico de la turbina del 78%.
Determinar
a) El salto neto
b) El par y la potencia sobre el eje

RESOLUCIÓN

Triángulos de velocidades

Entrada:

$$\begin{cases} u_1 = \dfrac{D_1\ \pi\ n}{60} = \dfrac{1 \times \pi \times 600}{60} = 31{,}4\ \text{m/seg} \\ \left.\begin{array}{l} c_{1m} = \dfrac{Q}{\Omega_1} = \dfrac{1\ \text{m}^3/\text{seg}}{0{,}14\ \text{m}^2} = 7{,}14\ \text{m/seg} \\ c_{1n} = c_1 \cos\alpha_1 = c_{1m} \text{cotg}\ \alpha_1 = 7{,}14\ \text{cotg}\ 12^\circ = 33{,}6\ \text{m/seg} \end{array}\right\} \Rightarrow c_1 = \dfrac{c_{1m}}{\text{sen}\ \alpha_1} = \dfrac{7{,}14}{\text{sen}\ 12^\circ} = 34{,}34\ \dfrac{\text{m}}{\text{seg}} \\ w_1 = \sqrt{u_2^2 + c_1^2 - 2\ c_1 u_1 \cos\alpha_1} = \sqrt{31{,}4^2 + 34{,}34^2 - (2 \times 31{,}4 \times 34{,}34 \times \cos 12^\circ)} = 7{,}47\ \text{m/seg} \\ \text{sen}\ \beta_1 = \dfrac{c_{1m}}{w_1} = \dfrac{7{,}14}{7{,}47} = 0{,}9558 \Rightarrow \beta_1 = 72{,}9^\circ \end{cases}$$

$$\text{Salida:}\begin{cases} u_2 = \dfrac{D_2\ \pi\ n}{60} = \dfrac{0{,}45 \times \pi \times 600}{60} = 14{,}14\ \text{m/seg} \\ c_{2m} = \dfrac{Q}{\Omega_2} = \dfrac{1\ m^3/\text{seg}}{0{,}09\ m^2} = 11{,}1\ \text{m/seg} \\ w_2 = \dfrac{c_{2m}}{\text{sen}\ \beta_2} = \dfrac{11{,}1}{\text{sen}\ 45^\circ} = 15{,}7\ \text{m/seg} \\ \text{tg}\ \alpha_2 = \dfrac{c_{2m}}{c_{2n}} = \dfrac{11{,}1}{3{,}038} = 3{,}6532 \Rightarrow \alpha_2 = 74{,}7^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow c_{2n} = u_2 - w_2 \cos \beta_2 = 14{,}14 - 15{,}7 \cos 45^\circ = 3{,}038 \frac{m}{\text{seg}}$$

a) Salto neto: $H_n = \dfrac{u_1\ c_{1n} - u_2\ c_{2n}}{g\ \eta_{man}} = \dfrac{(31{,}4 \times 33{,}6) - (14{,}14 \times 3{,}038)}{0{,}78\ g} = 132{,}4\ m$

b) Potencia en el eje: $N = \gamma\ Q\ H_n\ \eta = |\ \eta = 0{,}78\ | = 1000 \times 1 \times 132{,}4 \times 0{,}78 = 103270$ Kgm/seg $= 1377$ CV

Par motor: $C = \dfrac{30\ N}{n\ \pi} = \dfrac{30 \times 103270\ (\text{Kgm/seg})}{600\ \pi} = 1643{,}6\ (\text{m.kg})$

Tipo de turbina: $n_s = \dfrac{600\ \sqrt{1377}}{132{,}4^{5/4}} = 49{,}6$ (Francis lenta)

****

10.- Se tiene una turbina de las siguientes características: $H_n = 256$ m ; $n = 500$ rpm ; $Q = 11$ m³/seg.
Determinar:

a) El tipo de turbina
b) El rendimiento manométrico máximo, sabiendo que $\eta_{vol} = 1$
c) El grado de reacción
d) Los diámetros de entrada y salida y altura del distribuidor
e) La altura del aspirador difusor, sabiendo que el rendimiento del mismo es 0,85
f) La cámara espiral

RESOLUCIÓN

a) Tipo de turbina: Como de lo único que se trata es de conocer el tipo de turbina, se puede dar al rendimiento un valor promediado según la ecuación aproximada:

$$N = 11\ Q\ H_n = 11 \times 11 \frac{m^3}{\text{seg}} \times 256\ m = 30.976\ \text{CV}$$

$$n_s = \frac{n\ \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{500\ \sqrt{30.976}}{256^{5/4}} = 86 \ \text{(Francis lenta)}$$

b) Rendimiento manométrico máximo: $\eta_{man} = 2\ (\xi_1\ \mu_1 - \xi_2\ \mu_2) = \left| \begin{array}{c} \text{Rendimiento máximo} \\ \vec{c}_2 \perp \vec{u}_2\ ;\ c_{2n} = 0\ ;\ \mu_2 = 0 \end{array} \right| = 2\ \xi_1\ \mu_1$

Para un valor de $n_s \approx 86$, se obtiene: $\varphi_1 = 0{,}63$; $\varphi_2 = 0{,}14$; $\xi_1 = 0{,}67$; $\xi_2 = 0{,}45$; $\alpha_1 = 18^\circ$

$$c_{1n} = c_1 \text{ sen } \alpha_1 = \mu_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = \varphi_1 \cos \alpha_1 \sqrt{2\ g\ H_n} \Rightarrow \mu_1 = \varphi_1 \cos \alpha_1 = 0{,}63 \cos 18^\circ = 0{,}60$$

$$\eta_{man} = 2\ \xi_1\ \mu_1 = 2 \times 0{,}67 \times 0{,}6 = 0{,}804 = 80{,}4\%$$

Con este valor habría que volver a calcular N y n_s mediante una segunda iteración:

$$N = \frac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75} = \frac{1000 \times 11 \times 256 \times 0{,}804}{75} = 30187\ \text{CV}$$

$$n_s = \frac{n\ \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{500\ \sqrt{30.187}}{256^{5/4}} = 84{,}8$$ (Francis lenta). Prácticamente igual

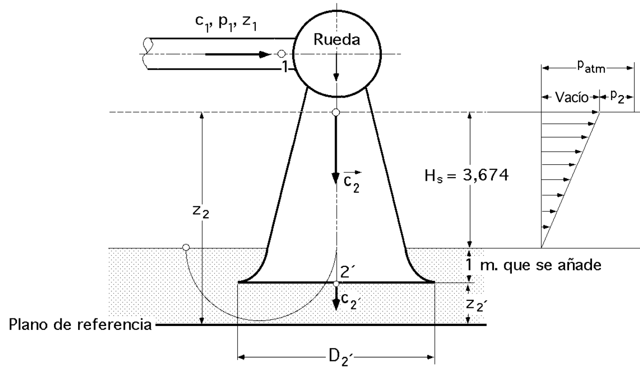
c) Grado de reacción: $\sigma = 1 - (\varphi_1^2 - \varphi_2^2) = 1 - (0{,}63^2 - 0{,}14^2) = 0{,}6227$

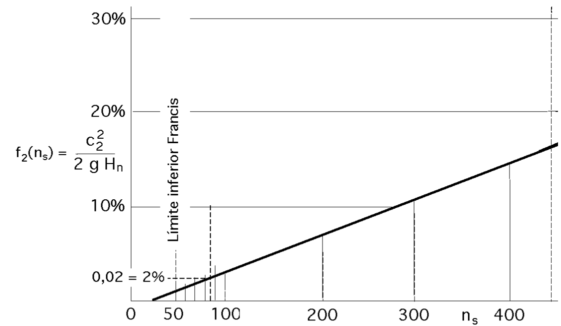
d) Diámetros de entrada y salida

$$D_1 = \frac{60\ u_1}{\pi\ n} = \left\{ u_1 = \xi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0{,}67 \sqrt{2\ g \times 256} = 47{,}46 \frac{m}{\text{seg}} \right\} = \frac{60 \times 47{,}46}{500\ \pi} = 1{,}81\ m$$

$$D_2 = \frac{60\ u_2}{\pi\ n} = \left\{ u_2 = \xi_2 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0{,}45 \sqrt{2\ g \times 256} = 31{,}87 \frac{m}{\text{seg}} \right\} = \frac{60 \times 31{,}87}{500\ \pi} = 1{,}217\ m$$

$$\Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \frac{1{,}217}{1{,}81} = 0{,}67$$





Altura del distribuidor = altura del álabe a la entrada $\Rightarrow$ $\dfrac{b_1}{D_1} = 0{,}12$ $\Rightarrow$ $b_1 = 0{,}12\ D_1 = 0{,}12 \times 1{,}81 = 0{,}217$ m

e) Altura del aspirador difusor, sabiendo que el rendimiento del mismo es 0,85

$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d$$

$$\frac{p_{atm}}{\gamma} = 10{,}33 \text{ m} \ ; \quad \frac{p_2}{\gamma\ H_n} = 0{,}009 \quad ; \quad \frac{p_2}{\gamma} = 0{,}009 \times H_n = 0{,}009 \times 256 = 2{,}304 \text{ m}$$

Cálculo de c_2:

1ª forma: $\dfrac{c_2^2}{2\,g\,H_m} = f_2(n_s) = \varphi_2^2 = 0{,}14^2 = 0{,}0196 \Rightarrow \dfrac{c_2^2}{2\,g} = 0{,}0196 \times 256 = 5{,}1$ m

2ª forma: $n_s = 86 \Rightarrow \varphi_2 = 0{,}14\ ;\ c_2 = 0{,}14\sqrt{2\,g \times 256} = 9{,}91 \Rightarrow \dfrac{c_2^2}{2\,g} = \dfrac{9{,}91^2}{2\,g} = 5{,}01$ m

$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d \ ; \quad H_s \leq (10{,}33 - 2{,}304) - (5{,}1 \times 0{,}85) = 3{,}674 \text{ m}$$

Valor de $D_{2'}$.- Como en 2' la velocidad ($c_{2'} \leq 1$ m/seg), el valor de $D_{2'}$ se puede hallar en la forma:

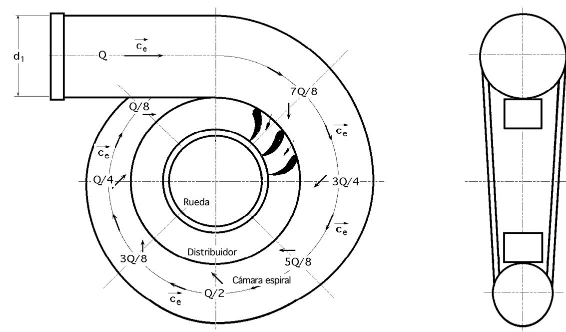
$$c_{2'} = \frac{Q}{\Omega_{2'}} = \frac{4\,Q}{\pi\,D_{2'}^2} = \frac{4 \times 11}{\pi\,D_{2'}^2} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{seg}} \ ; \quad D_{2'} = 3{,}74 \text{ m} \ ; \quad r_{2'} = 1{,}87 \text{ m}$$

Profundidad $z_{2'}$ a la que tiene que ir la solera:

Präsil: $k = z_2\,r_2^2 = z_{2'}\,r_{2'}^2 = \{z_2 = 3{,}67 + 1 + z_{2'}) = 4{,}67 + z_{2'}\} = (4{,}67 + z_{2'})\,r_2^2 = (4{,}67 + z_{2'})\,0{,}609^2 = 1{,}87^2\,z_{2'}$

$z_{2'} = 0{,}554$ m

f*) *Cámara espiral: Si es metálica: $c_e = 0{,}18 + 0{,}28\sqrt{2\,g\,H_n} = 0{,}18 + 0{,}28\sqrt{2\,g \times 256} = 20$ m/seg



Se puede dividir la cámara espiral en 8 partes, de forma que:

$$\Omega_1 = \frac{Q}{c_e} = \frac{\pi\,d_1^2}{4} \ ; \quad d_1 = 1{,}128\sqrt{\frac{Q}{c_e}} = 1{,}128\sqrt{\frac{11}{20}} = 0{,}836 \text{ m}$$

$d_1 = \sqrt{\frac{7}{8}}\,d_1 = 0{,}782$ m ; $d_2 = \sqrt{\frac{6}{8}}\,d_1 = 0{,}724$ m ; $d_3 = \sqrt{\frac{5}{8}}\,d_1 = 0{,}661$ m ; $d_4 = \sqrt{\frac{4}{8}}\,d_1 = 0{,}591$ m

$d_5 = \sqrt{\frac{3}{8}}\,d_1 = 0{,}512$ m ; $d_6 = \sqrt{\frac{2}{8}}\,d_1 = 0{,}418$ m ; $d_7 = \sqrt{\frac{1}{8}}\,d_1 = 0{,}296$ m

****

11.- El modelo del rodete de una turbina tiene un diámetro de 30 cm y desarrolla una potencia de 35 CV bajo un salto neto de 7,5 m a 1200 rpm
El prototipo ha de proporcionar 10.000 CV en un salto neto de 6 metros y un rendimiento del 90%.
El tubo de aspiración tiene que recobrar el 75% de la energía cinética a la salida
Determinar
a) El diámetro y la velocidad "n" del prototipo
b) Si el modelo comienza a cavitar cuando la presión a la entrada del tubo de aspiración es de 7 m por debajo de la presión atmosférica, ¿Cuál será la máxima altura de la rueda del prototipo por encima del nivel más bajo del río para evitar la cavitación en una central instalada en una montaña en donde la presión atmosférica es de 0,85 Kg/cm², y el agua se encuentra a 20ºC?

RESOLUCIÓN

El rendimiento máximo en el modelo y en el prototipo son iguales, por lo que los triángulos de velocidades son geométricamente semejantes, pero las velocidades son distintas, por lo que las presiones serán diferentes.

a) Diámetro y velocidad "n" del prototipo

En el punto de funcionamiento con rendimiento máximo: $n_{s\ mod} = n_{s\ prot}$

$$n_s = \frac{1200\ \sqrt{35}}{7,5^{5/4}} = \frac{n_{prot}\ \sqrt{10000}}{6^{5/4}} \Rightarrow n_{prot} = 53,7 \text{ rpm (Velocidad del prototipo)}$$

$$n_s = \frac{1200\ \sqrt{35}}{7,5^{5/4}} = 572 \quad \text{(Turbina hélice)} \Rightarrow D_p = D_{1p} = D_{2p}$$

Diámetro D_p.- Al ser los triángulos de velocidades semejantes implica que los coeficientes óptimos también lo son, por lo que: $\xi_{mod} = \xi_{prot}$

$$\left.\begin{aligned} u_{mod} = \xi_m \sqrt{2\ g\ H_{n(m)}} = \frac{\pi\ D_m\ n_m}{60} \\ u_{prot} = \xi_p \sqrt{2\ g\ H_{n(p)}} = \frac{\pi\ D_p\ n_p}{60} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sqrt{\frac{H_{n(m)}}{H_{n(p)}}} = \frac{(D\ n)_m}{(D\ n)_p} \ ; \ \sqrt{\frac{7,5}{6}} = \frac{0,3 \times 1200}{D_p \times 53,7} \Rightarrow D_p = 6 \text{ m}$$

b) El modelo comienza a cavitar cuando la presión a la entrada del tubo de aspiración es de 7 m por debajo de la presión atmosférica

PROTOTIPO.- La máxima altura de la rueda del prototipo por encima del nivel más bajo del río para evitar la cavitación en una central instalada en una montaña en donde la presión atmosférica es de 0,85 Kg/cm², y el agua se encuentra a 20ºC, es:

$$H_{s\ prot} \le \frac{p_{atm\ (lugar)} - p_{2prot}}{\gamma} - \frac{c_{2prot}^2}{2\ g}\ \eta_d$$

en la que se ha supuesto que: $c'_{2\ prot} < 1$ m/seg $\Rightarrow$ $(c'_{2\ prot}/2\ g)$ es despreciable

Altitud sobre el nivel del mar	Presión atmosférica		Pérdidas de carga	Pérdidas por temperatura
metros	mm de Hg	metros c.a.	metros	metros
0	760	10,33	0,00	10ºC-0,125
100	751	10,21	0,12	15ºC-0,173
200	742	10,08	0,25	20ºC-0,236
300	733	9,96	0,37	25ºC-0,32

$\frac{p_{2prot}}{\gamma}$ es la presión a la salida de la rueda

$\frac{p_{atm}}{\gamma}$ (es la presión del lugar)

MODELO .- Como la turbina modelo se ha ensayado en Laboratorio ($p_{atm}/\gamma = 10,33$ m)

$$\text{Semejanza de presiones:} \left\{\begin{aligned} \text{Modelo: } p_{2\ mod}/\gamma = H_{mod} \\ \text{Prototipo: } p_{2\ prot}/\gamma = H_{prot} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{p_{2\ prot}}{p_{2\ mod}} = \frac{H_{prot}}{H_{mod}} = \frac{6}{7,5} = 0,8$$

Si el Laboratorio se supone está a nivel del mar, las pérdidas de presión debidas a la altura son nulas
A la temperatura de 20ºC el agua tiene unas pérdidas de presión debidas a la temperatura de 0,236 m

$\frac{p_{2mod}}{\gamma}$ = (10,33 - 7) - Pérdidas por temperatura = 3,33 - 0,236 = 3,094 m

PROTOTIPO

$\frac{p_{2prot}}{\gamma} = 3{,}094 \times \frac{6}{7{,}5} = 2{,}475$ m

Velocidad $c_{2\,prot}$ del prototipo; a partir de la potencia se determina el caudal, en la forma:

$$N_{prot} = \frac{\gamma\,(Q\,H_n)_{prot}\,\eta}{75} \quad ; \quad 10000\text{ CV} = \frac{1000 \times Q_{prot} \times 6 \times 0{,}9}{75} \quad \Rightarrow \quad Q_{prot} = 138{,}88\ \frac{m^3}{seg}$$

Por la condición de rendimiento máximo, $c_2 \perp u_2 \;\Rightarrow\; c_2 = c_{2m}$

$$c_{2(prot)} = \frac{4\,Q_{prot}}{\pi\,D^2_{2\,(prot)}} = \frac{4 \times 138{,}88}{\pi\,6^2} = 4{,}91 \text{ m/seg}$$

$\frac{p_{atm}}{\gamma}$ (presión del lugar) = 0,85 x 10,33 = 8,78 m

$$H_s \leq (8{,}78 - 2{,}475) - \frac{4{,}91^2}{2\,g} \times 0{,}75 = 5{,}38 \text{ m}$$

que parece un poco elevado, por cuanto para turbinas hélice $H_s < 4$ m, pero hay que tener en cuenta que está calculado a potencia máxima.

De otra forma:

$$\begin{cases} \text{Modelo: } H_{mod} = \dfrac{c^2_{2m\,(mod)}}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(mod)}}{\gamma} + z_{2\,(mod)} \\ \text{Prototipo: } H_{prot} = \dfrac{c^2_{2m\,(prot)}}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(prot)}}{\gamma} + z_{2\,(prot)} \end{cases} \qquad \text{con: } z_{2\,(mod)} \approx z_{2\,(prot)}$$

$$\text{Prototipo: } \begin{cases} N_{prot} = \dfrac{1000\,Q_{prot}\;6 \times 0{,}9}{75} = 10.000 \text{ CV} \\ Q_{prot} = 138{,}88\ \dfrac{m^3}{seg} = c_{2m\,(prot)}\,\dfrac{\pi\,D^2_{2\,(prot)}}{4} = c_{2\,(prot)}\,\dfrac{\pi \times 6^2}{4} \;\Rightarrow\; c_{2\,(prot)} = 4{,}91 \text{ m/seg} \end{cases}$$

$$\text{Modelo: } \begin{cases} N_{mod} = \dfrac{1000\,Q_{mod}\;7{,}5 \times 0{,}9}{75} = 35 \text{ CV} \\ Q_{mod} = 0{,}388\ \dfrac{m^3}{seg} = c_{2m\,(mod)}\,\dfrac{\pi\,D^2_{2\,(mod)}}{4} = c_{2\,(mod)}\,\dfrac{\pi \times 7{,}5^2}{4} \;\Rightarrow\; c_{2\,(mod)} = 5{,}50 \text{ m/seg} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo: } 7{,}5 = \dfrac{5{,}5^2}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(mod)}}{\gamma} \;\Rightarrow\; \dfrac{p_{2\,(mod)}}{\gamma} = 7{,}5 - \dfrac{5{,}5^2}{2\,g} = 5{,}96 \text{ m.c.a.} \\ \text{Prototipo: } 6 = \dfrac{4{,}91^2}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(prot)}}{\gamma} \;\Rightarrow\; \dfrac{p_{2\,(prot)}}{\gamma} = 6 - \dfrac{4{,}91^2}{2\,g} = 4{,}775 \text{ m.c.a.} \end{array} \right\} \;\Rightarrow\; \frac{p_{2\,(prot)}}{p_{2\,(mod)}} = \frac{4{,}775}{5{,}96} = 0{,}801$$

****

12.- Una turbina Francis está conectada en acoplamiento directo a un alternador de 11 pares de polos. En su punto de funcionamiento se tiene: $H_n = 45$ m ; $N = 3660$ kW; $\eta = 89\%$; $\eta_{mec} = 98{,}4\%$; $\eta_{vol} = 1$

Si se considera que el plano de comparación coincide con el nivel inferior del agua, aguas abajo, la entrada en el rodete se encuentra a 2,1 m y la salida del mismo a 1,8 m. El rodete tiene un diámetro $D_1 = 1{,}55$ m.

Las presiones a la entrada y salida del rodete son: 23,5 m.c.a. y (-2,5) m.c.a. respectivamente

El agua sale del rodete con $\alpha_2 = 90º$, siendo constante la velocidad del flujo en todo el rodete, $c_{1m} = c_{2m}$

Las velocidades a la entrada y salida del tubo de aspiración son: $c_2 = 6$ m/seg y $c_2' = 1$ m/seg, respectivamente.

Pérdidas en la tubería, despreciables

Determinar:

a) Ángulo β_1 de los álabes del rodete a la entrada

b) Caudal y diámetro de salida del tubo de aspiración

c) Nº específico de revoluciones

d) Pérdidas en el rodete h_r, y en el distribuidor h_d

e) Pérdidas en el tubo de aspiración h_s y h_s'

f) Altura del tubo de aspiración; rendimiento

RESOLUCIÓN

a) Ángulo β_1 de los álabes del rodete a la entrada: $\beta_1 = \text{arc tg} \dfrac{c_{1m}}{u_1 - c_{1n}}$

$n = \dfrac{3000}{Z} = \dfrac{3000}{11} = 272{,}7 \text{ rpm} \quad \Rightarrow \quad u_1 = \dfrac{D_1}{2} \dfrac{\pi n}{30} = \dfrac{1{,}55}{2} \dfrac{272{,}7\ \pi}{30} = 22{,}13 \text{ m/seg}$

Al no haber pérdidas en la tubería, $h_t = 0$, resulta: $H_n = H \quad \Rightarrow \quad \eta_{man} H g = u_1 c_{1n}$

$$c_{1n} = \frac{\eta_{man} H g}{u_1} = \left| \eta_{man} = \frac{\eta}{\eta_{vol}\, \eta_{mec}} = \frac{0{,}89}{1 \times 0{,}984} = 0{,}9045 \right| = \frac{0{,}9045 \times 45 \times g}{22{,}13} = 18{,}02 \text{ m/seg}$$

$c_{1m} = c_{2m} = c_2 = 6$ m/seg

$\beta_1 = \text{arc tg} \dfrac{6}{22{,}13 - 18{,}02} = 55{,}71^\circ$

b) Caudal

$$N = \gamma Q H_u = \gamma Q H_n \eta \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{N}{\gamma H_n \eta} = \left\{ H = H_n \right\} = \frac{3660 \times 102 \text{ (Kgm/seg)}}{1000 \text{ (kg/m}^3) \times 45 \text{ m} \times 0{,}89} = 9{,}3 \ \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}$$

Diámetro de salida del tubo de aspiración

$$Q = \frac{\pi d_2'^2}{4} c_2' \ ; \quad d_2' = \sqrt{\frac{4 Q}{\pi c_2'}} = \sqrt{\frac{4 \times 9{,}3}{\pi \times 1}} = 3{,}445 \text{ m}$$

c) Nº específico de revoluciones: $n_s = \dfrac{n \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| N = 3660 \text{ kW} = 4977{,}5 \text{ CV} \right| = \dfrac{272{,}7\ \sqrt{4977{,}5}}{45^{5/4}} = 165 \text{ rpm}$

d) Pérdidas en el rodete h_r: Bernoulli entre 1 y 2: $\dfrac{c_1^2}{2 g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1 = \dfrac{c_2^2}{2 g} + \dfrac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_r + H_{ef} = H_n$

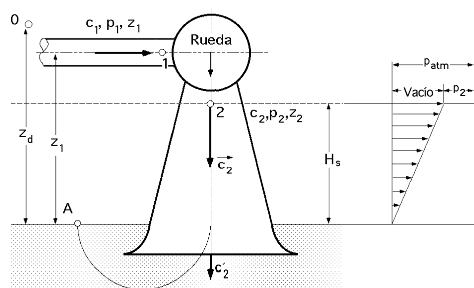
$H_{ef} = \dfrac{H_u}{\eta_{mec}} = \eta_{man} H_n = 0{,}9045 \times 45 = 40{,}7 \text{ m}$

$\dfrac{p_1}{\gamma} = 23{,}5 \text{ m.c.a.} \ ; \quad \dfrac{p_2}{\gamma} = -2{,}5 \text{ m.c.a} \quad \Rightarrow \quad$ (presiones relativas)

$z_1 = 2{,}1$ m.c.a. ; $z_2 = 1{,}8$ m.c.a.

$\dfrac{c_1^2}{2 g} = \dfrac{c_{1m}^2 + c_{1n}^2}{2 g} = \dfrac{18{,}04^2 + 6^2}{2 g} = 18{,}44 \text{ m} \ ; \quad \dfrac{c_2^2}{2 g} = \dfrac{6^2}{2 g} = 1{,}836 \text{ m}$

$$h_r = \frac{c_1^2}{2 g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \left\{ \frac{c_2^2}{2 g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + H_{ef} \right\} = 23{,}5 + 2{,}1 + 18{,}44 - \{1{,}836 - 2{,}5 + 1{,}8 + 40{,}7\} = 2{,}204 \text{ m}$$



Pérdidas en el distribuidor h_d.- Bernoulli entre 0 y 1: $\dfrac{c_0^2}{2 g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_0 = H_n = \dfrac{c_1^2}{2 g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1 + h_d$

$h_d = H_n - \left\{ \dfrac{c_1^2}{2 g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1 \right\} = 45 - \{18{,}44 + 23{,}5 + 2{,}1\} = 0{,}96 \text{ m}$

e) Pérdidas en el tubo de aspiración h_s y h_s'.- Bernoulli entre 2 y A: $\dfrac{c_2^2}{2 g} + \dfrac{p_2}{\gamma} + z_2 = \dfrac{c_A^2}{2 g} + \dfrac{p_A}{\gamma} + z_A + h_s + h_s'$

$h_s' = \frac{c_{2'}^2}{2g} = \frac{1}{2g} = 0{,}05097$ m

$h_s = \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - \{\frac{c_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma} + z_A + h_s'\} = 1{,}836 - 2{,}5 + 1{,}8 - \{0 + 0 + 0 + 0{,}05097\} = 1{,}085$ m

f) Altura del tubo de aspiración; rendimiento

La altura de aspiración la da el enunciado: $z_2 = H_s = 1{,}8$ m

$$\eta_d = \frac{\frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2g} - h_s}{\frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2g}} = \frac{1{,}836 - 0{,}05097 - 1{,}085}{1{,}836 - 0{,}05097} = 0{,}392 = 39{,}2\%$$

Comprobación: $H_s \le \frac{p_{atm} - p_2}{g} - \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2g} \eta_d = 0 - (-2{,}5) - (1{,}836 - 0{,}05097) \times 0{,}392 = 1{,}8$ m

****

13.- Se tiene una turbina hidráulica de las siguientes características:
Hn = 100 m; n = 500 rpm ; Q = 12 m³/seg ; $\eta_{man} = 0{,}825$; $\eta_{mec} = 1$; $\eta_{vol} = 1$; $\eta_{dif} = 0{,}85$
Determinar el perfil del difusor y su altura

RESOLUCIÓN

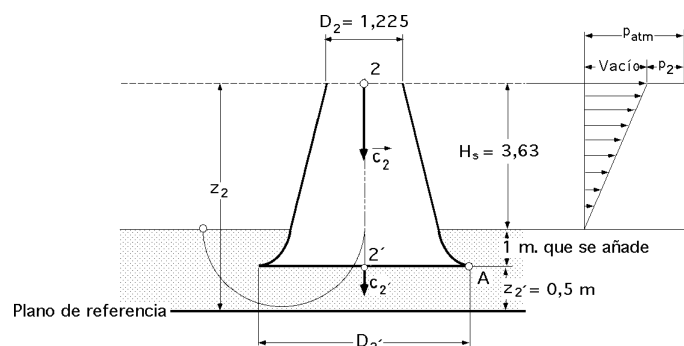
$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| N = \frac{1000 \times 12 \times 100 \times 0{,}825}{75} = 13200 \text{ CV} \right| = \frac{500\sqrt{13200}}{100^{5/4}} = 180 \text{ Francis normal}$$

Altura máxima del aspirador-difusor: $H_s \le \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2g}\eta_d$

$$\text{Para } n_s = 180 \Rightarrow \begin{cases} c_1 = \varphi_1\sqrt{2gH_n} = 0{,}67\sqrt{2g \times 100} = 29{,}66 \text{ m/seg} \\ c_2 = \varphi_2\sqrt{2gH_n} = 0{,}23\sqrt{2g \times 100} = 10{,}18 \text{ m/seg} \end{cases}$$

A su vez: $\frac{p_2}{\gamma H_n} = 0{,}022$; $\frac{p_2}{\gamma} = 0{,}022\ H_n = 0{,}022 \times 100 = 2{,}2$ m

$$H_s \le (10{,}33 - 2{,}2) - (\frac{10{,}18^2}{2g} \times 0{,}85) = 3{,}63 \text{ m}$$



Diámetro D_2:

$$Q = c_{2m}\ \Omega_2 = |\alpha_2 = 90º| = c_2\ \Omega_2 \ ;\ \Omega_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{12}{10{,}18} = 1{,}179 \text{ m}^2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \ ;\ \boxed{D_2 = 1{,}225 \text{ m}}$$

Aspirador difusor: Según Präsil es de la forma: $z\ r^2 = k$, en la que "k" se calcula a la salida con velocidad $c_{2'} < 1$ m/seg

$$k = z_2\ r_2^2 = z_2 \times (\frac{1{,}225}{2})^2 = 0{,}375\ z_2$$

Se puede tomar la solera como plano de comparación, por ejemplo a 0,5 m de la salida, es decir: $z_{2'} = 0{,}5$ m

La salida del difusor se puede poner, por ejemplo, a 1 m por debajo del nivel inferior

En consecuencia:

$$k = 0{,}375\ z_2 = 0{,}375\ (3{,}63 + 1 + 0{,}5) = 1{,}924$$

Para $z_{2'} = 0{,}5$ (punto A) $\Rightarrow$ $r_{2'} = \sqrt{\frac{k}{z_{2'}}} = \sqrt{\frac{1{,}924}{0{,}5}} = 1{,}96$ m

$$c_{2'} = \frac{12}{\pi\, r_{2'}^2} = \frac{12}{\pi \times 1{,}96^2} = 0{,}994\ \frac{m}{seg} < 1\ \frac{m}{seg}$$ (solución un poco ajustada)

Habría que reducir un poco el valor de $z_{2'}$, por ejemplo a 0,45, con lo que se obtiene: $r_{2'} = \sqrt{\frac{1{,}924}{0{,}45}} = 2{,}0677$ m

$$c_{2'} = \frac{12}{\pi\, r_{2'}^2} = \frac{12}{\pi \times 2{,}0677^2} = 0{,}894\ \frac{m}{seg} < 1\ \frac{m}{seg}$$ (solución un poco menos ajustada)

****

14.- Una turbina Pelton consume un caudal de 12 m³/seg, y arrastra un alternador; la masa total turbina-alternador M = 200 Tm.

El conjunto rotativo así constituido tiene un radio de inercia, r = 0,55 D_1/2. Se puede asumir que el álabe a la salida tiene un ángulo β_2 = 180º.

Se despreciarán los efectos de rozamiento. En cada instante, el par motor se calculará como si la velocidad de rotación fuese constante.

Determinar

a) Suponiendo que la turbina está parada, se abren los inyectores y se forma un chorro igual al 10% del valor maximal. ¿Cuál será el tiempo necesario para que la turbina adquiera la velocidad óptima de régimen?

b) Si la turbina funciona a potencia maximal, y se produce una disfunción en la red que anula bruscamente el par resistente del alternador, ¿qué tiempo será necesario para que la velocidad del conjunto se incremente en un 25%?

c) Si en ese instante se inicia el cierre total de los inyectores, que dura 20 segundos, y suponiendo que ésto implica una variación lineal del caudal respecto del tiempo, ¿cuál será el aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo?¿Qué tiempo sería necesario para que la sobrevelocidad no sobrepase el 50% de la velocidad de régimen?

d) Si se dispone de un contrachorro, que sabemos actúa en sentido contrario al movimiento, y que consume un caudal igual al 5% del maximal. Si se admite que la cara que los álabes presentan a éste contrachorro le desvían 90º, calcular el tiempo de acción del contrachorro necesario para asegurar el frenado de la turbina, en ausencia del chorro principal, en los siguientes casos:

d.1.- Si se frena después de la velocidad de régimen normal,

d.2.- Si se frena después de la sobrevelocidad definida en el apartado (c)

RESOLUCIÓN

Sabemos que: $I \frac{dw}{dt} = C_m - C_r = C$

en la que I es el momento de inercia de todas las masas rotatorias y "w" la velocidad angular de la turbina.

El valor de $I = M r^2$

El par C varía con la velocidad angular "w", y es igual al producto de la fuerza media F que se ejerce sobre los álabes, multiplicada por el radio Pelton $R = D_1/2$, de la forma:

$$F = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - u_1) = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - R w)$$

$$C = F R = \frac{2 \gamma Q R}{g} (c_1 - R w)$$

Cuando se embala, se tiene: $c_1 = R w_{emb}$, por lo que:

$$C = F R = \frac{2 \gamma Q R^2}{g} (w_{emb} - w) = I \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2 \gamma Q R^2}{g I} dt = \frac{2 \gamma Q R^2}{g M r^2} dt = \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R}{r})^2 dt$$

$$\ln \frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = - \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R}{r})^2 (t - t_0)$$

$$\frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = \exp\left[-\frac{2\ \gamma\ Q}{g\ M}\left(\frac{R}{r}\right)^2 (t - t_0)\right] = \exp\left(-\frac{t - t_0}{T}\right)$$

en la que w_0 es la velocidad angular de la turbina para, $t = t_0$, y T es una constante temporal de la forma:

$$T = \frac{g\ M}{2\ \gamma\ Q}\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

a) Si la turbina está parada, se abren los inyectores y se forma un chorro igual al 10% del valor maximal, el tiempo necesario para que la turbina adquiera la velocidad óptima de régimen se calcula como sigue:

Si arranca con un caudal: $Q = 12\ m^3/seg \times 0,1 = 1,2\ m^3/seg$, que el radio de inercia: $r = 0,55\ R$, y que la masa es de 200 Tm, la constante temporal será:

$$T_1 = \frac{M}{2\ \rho\ Q}\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{200.000\ Kg}{2 \times 1000\ \frac{Kg}{m^3} \times 1,2\ \frac{m^3}{seg}} \times 0,55^2 = 25,25\ seg$$

Para: $t = 0 = t_0$, resulta, $w_0 = 0$

Para: t = t, si se considera que la velocidad nominal de régimen para una Pelton es la mitad de la velocidad maximal, embalamiento, (en general la velocidad de embalamiento suele ser del orden de 1,8 veces la velocidad nominal), por lo que el tiempo que la turbina tardará en alcanzar la velocidad de régimen es:

$$e^{-(t/T_1)} = \frac{1}{2}\ ;\ \frac{t}{T_1} = \ln 2 = 0,69\ ;\ t = 0,69\ T_1 = 0,69 \times 25,25\ seg = 17,4\ seg$$

b) Si la turbina funciona a potencia maximal, y se produce una disfunción en la red que anula bruscamente el par resistente del alternador, el tiempo necesario para que la velocidad del conjunto se incremente en un 25% se calcula como sigue:

La constante de tiempo correspondiente T_2 será 10 veces más pequeña que T_1, ya que el caudal será ahora el nominal, es decir 12 m^3/seg:

$$T_1 = \frac{M}{2\ \rho\ Q}\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{200000\ kg}{2 \times 1000\ (kg/m^3) \times 12\ (m^3/seg)} \times 0,55^2 = 2,525\ seg$$

La velocidad angular de régimen es $w_1 = \frac{w_{emb}}{2}$; $n_1 = \frac{n_{emb}}{2}$, y se pasa a una sobrevelocidad del 25%, es decir, a una velocidad angular, $w_2 = 1,25\ w_1$, $n_2 = 1,25\ n_1$, en un tiempo t_2, por lo que:

$$\frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - w_1} = \frac{w_{emb} - 1,25\ \frac{w_{emb}}{2}}{w_{emb} - \frac{w_{emb}}{2}} = 0,75 = e^{(-t_2/T_2)}\ ;\ t_2 = 0,288\ T_2 = 0,288 \times 2,525\ seg = 0,727\ seg$$

c) Si en ese instante se inicia el cierre total de los inyectores, que dura 20 segundos, y suponiendo que ésto implica una variación lineal del caudal respecto del tiempo, el aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo se calcula en la forma:

El aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo, $t_3 = 20$ seg, se obtiene considerando que:

$$Q = Q_0\left(1 - \frac{t}{t_3}\right)$$

por lo que:

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2\ \rho\ Q R^2}{I}\ dt = \frac{2\ \rho\ Q R^2}{M\, r^2}\ dt = \frac{2\ \rho\ Q_0}{M}\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(1 - \frac{t}{t_3}\right) dt = \left(1 - \frac{t}{t_3}\right)\frac{dt}{T_2}$$

$$\int_w^{w_2}\frac{dw}{w_{emb} - w} = \ln\frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_2} = -\frac{1}{T_2}\left(t - \frac{t^2}{2\ t_3}\right)$$

Al cabo del tiempo t_3 se obtiene otra velocidad angular w_3, tal que:

$$\ln\frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_2} = -\frac{1}{T_2}\left(t - \frac{t^2}{2\ t_3}\right) = -\frac{1}{T_2}\left(t_3 - \frac{t_3^2}{2\ t_3}\right) = -\frac{t_3}{2\ T_2}$$

y sustituyendo los valores : $t_3 = 20$ seg ; $T_2 = 2,525$ seg ; $w_2 = 1,25\ w_m/2$, resulta:

$$\ln\frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_2} = \ln\frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - \frac{1,25\ w_{emb}}{2}} = -\frac{20}{2 \times 2,525} = -3,9604\ ;\ w_3 = 0,9928\ w_{emb}$$

por lo que en esta situación, la turbina adquiere prácticamente la velocidad de embalamiento maximal, es decir el do-

ble de la velocidad de régimen.

Tiempo necesario para que la sobrevelocidad no sobrepase el 50% de la velocidad de régimen

En esta situación la velocidad será w_3, y el tiempo t_3:

$$w_3 = \frac{1,5\ w_{emb}}{2} = 0,75\ w_{emb}$$

$$\ln \frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_2} = \ln \frac{w_{emb} - 0,75\ w_{emb}}{w_{emb} - \frac{1,25\ w_{emb}}{2}} = \ln \frac{0,25}{0,375} = - 0405 = - \frac{t_3}{2\ T_2} = \frac{t_3}{2 \times 2,525\ seg} \Rightarrow t_3 = 2,04\ seg$$

No se puede cortar el caudal tan rápido por parte de los inyectores, bajo pena de provocar el golpe de ariete en el conducto de alimentación de los mismos, por lo que habría que desviar el chorro mediante el deflector.

d) Si se dispone de un contrachorro, que sabemos actúa en sentido contrario al movimiento, y que consume un caudal igual al 5% del maximal y se admite que la cara que los álabes presentan a éste contrachorro le desvían 90º, el tiempo de acción del contrachorro necesario para asegurar el frenado de la turbina, en ausencia del chorro principal, se calcula en la forma:

$$F = - \rho\ Q\ (c_1 + u_1)$$

$$C = - \rho\ Q\ R\ (c_1 + u_1) = - \rho\ Q\ R^2\ (w_{emb} + w)$$

En ausencia del chorro principal, la ecuación del movimiento es:

$$I \frac{dw}{dt} = C = - \rho\ Q_{contr.}\ R^2\ (w_{emb} + w) \quad ; \quad \frac{dw}{(w_{emb} + w)} = \frac{- \rho\ Q_{contr.}\ R^2}{I}\ dt = \frac{- \rho\ Q_{contr.}}{M} \left(\frac{R}{r}\right)^2 dt$$

y si Q es constante

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb} + w} = \frac{\rho\ Q_{contr.}}{M} \left(\frac{R}{r}\right)^2 t_4 = \frac{t_4}{T_4}$$

siendo:

$$Q_{contr.} = \frac{Q_0}{20} = \frac{12}{20} = 0,6\ m^3/seg \ ; \ T_4 = \frac{M\ r^2}{\rho\ Q_{contr.}\ R^2} = \frac{200.000 \times 0,55}{1000 \times 0,6 \times 1^2} = 100,83\ seg = 40\ \ T_2$$

Para obtener, $w = 0$, se necesita un tiempo:

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}} = \frac{t_4}{100,88} \quad ; \quad \boxed{t_4 = 100,88 \times \ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}}}$$

d.1.- Si se frena después de la velocidad de régimen normal, se tiene que, $w_0 = 0,5\ w_{emb}$, por lo que el tiempo será:

$$t_4 = 100,88\ seg \times \ln \frac{w_{emb} + 0,5\ w_{emb}}{w_{emb}} = 100,88\ seg \times \ln 1,5 = 40,9\ seg$$

d.2.- Si se frena después de la sobrevelocidad definida en el apartado (c), es decir, $w_0 = 1,5\ w_{emb}$, por lo que el tiempo $t_4{*}$ será:

$$t_4^* = 100,88\ seg \times \ln \frac{w_{emb} + 0,75\ w_{emb}}{w_{emb}} = 100,88\ seg \times \ln 1,75 = 56,45\ seg$$

****